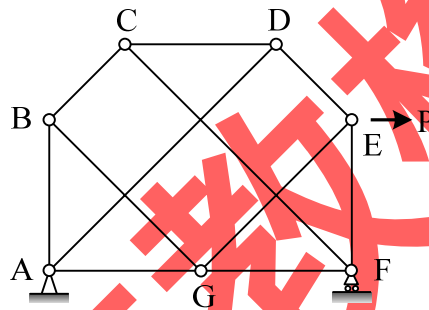


結構學

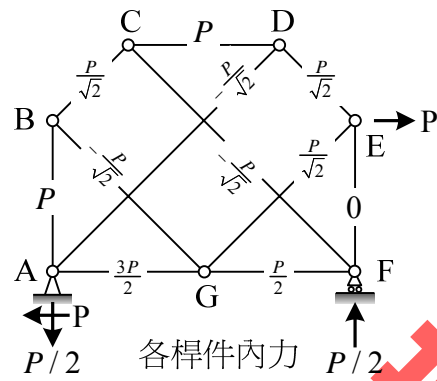
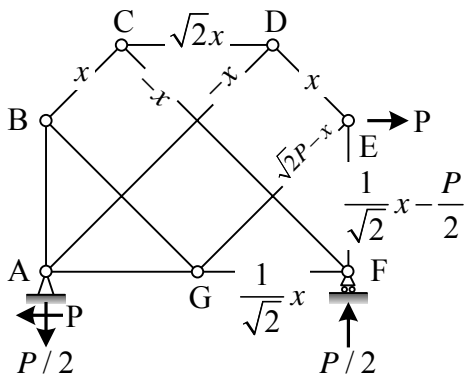
- 一、圖示桁架係由 11 根桿件所組成，其中所有水平與垂直桿件，亦即 AB、CD、EF、FG、AG 五桿件長度均為 l ；BC、DE 二桿件長度為 $\frac{l}{\sqrt{2}}$ ；BG、EG 二桿件長度為 $\sqrt{2}l$ ，AD、CF 二桿件長度為 $\frac{3l}{\sqrt{2}}$ ；無字母標示的交點，桿件係對穿通過並無接點。A 點為鉸接支承，F 點為滾接支承，於 E 點承受水平力 P 。試回答下列問題：
- (一) 判斷此桁架為簡單 (simple) 桁架？或複合 (compound) 桁架？或都不是？並說明理由。(5 分)
- (二) 桁架分析常用方法有結點法與斷面法，請問用以上兩種方法分析此桁架是否會遭遇甚麼困難？(5 分)
- (三) 試計算各桿件作用力。(15 分)



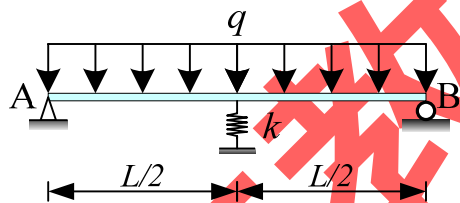
【參考解答】

- (一) 該桁架為複雜桁架，原因如下：
- (1) 彼此桿件組成的形狀，非簡單三角形 \Rightarrow 非簡單桁架
 - (2) 無三根不互相平行、不交於一點的桿件，來連接兩個簡單桁架 \Rightarrow 非複合桁架
- (二) 無法只以結點法與斷面法求解，須用迴路法求解，原因如下
- (1) 任一節點均有三根桿件以上桿件相接，無法以結點法求解
 - (2) 無法切出『僅切過三根桿件，且此三根桿件不互相平行、不交於一點』的剖面
- (三) 假設 $S_{DE} = x$ ，依 $D \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow E$ 的節點順序，解得 CD、CF、EF、EG 的桿件內力，如下圖所示(斜桿的斜率均為 1:1)

節點 D $\sum F_y = 0, S_{AD} = -x$ $\sum F_x = 0, S_{CD} = \sqrt{2}x$	節點 C $\sum F_y = 0, S_{BC} + S_{CF} = 0$ $\sum F_x = 0, S_{BC} = x \Rightarrow S_{CF} = -x$
節點 F $\sum F_x = 0, S_{FG} = \frac{1}{\sqrt{2}}x$ $\sum F_y = 0, S_{EF} = \frac{1}{\sqrt{2}}x - \frac{P}{2}$	節點 E $\sum F_x = 0, S_{EG} = \sqrt{2}P - x$ $\sum F_y = 0, \frac{1}{\sqrt{2}}S_{DE} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}P - x) + \frac{1}{\sqrt{2}}x - \frac{P}{2}$ $\therefore S_{DE} = \frac{P}{\sqrt{2}}$ 又 $S_{DE} = x \therefore x = \frac{P}{\sqrt{2}}$

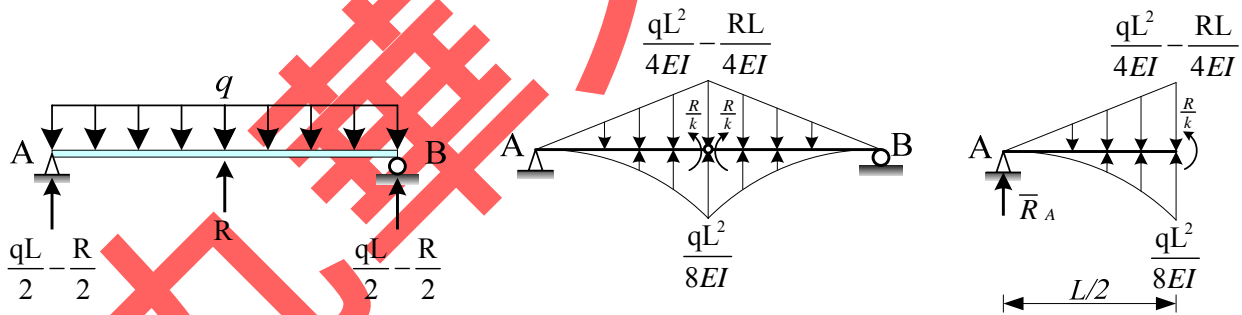


二、圖示長度為 l ，楊氏係數為 E ，斷面二次矩為 I 的簡支梁 AB ， A 端為鉸接， B 端為滾接，中點有一彈性常數為 $k = \frac{2EI}{L^3}$ 之彈簧所支撐，承受均佈向下載重 q 作用，請以共軛梁法求：(一) 梁中點位移 (15 分)。(二) A 端轉角 (10 分)。(以其他方法求得不得分)



【參考解答】

假設彈簧內力為贅力 R ，繪製 AB 梁之 $\frac{M}{EI}$ 圖(以梁中點為固定端繪製)，轉成共軛梁



取左半部分分析(根據受力之對稱性，共軛梁中點無剪力)

$$(1) \sum M_A = 0, \frac{R}{k} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{8} \frac{qL^2}{EI} \right) \left(\frac{L}{2} \right) \left(\frac{L}{2} \times \frac{3}{4} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} \frac{qL^2}{EI} - \frac{RL}{4EI} \right) \left(\frac{L}{2} \right) \left(\frac{L}{2} \times \frac{2}{3} \right)$$

$$\therefore R = \frac{1}{40} qL$$

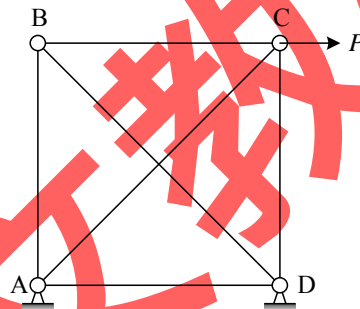
$$(2) \sum F_y = 0, \bar{R}_A + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{8} \frac{qL^2}{EI} \right) \left(\frac{L}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} \frac{qL^2}{EI} - \frac{RL}{4EI} \right) \left(\frac{L}{2} \right)$$

$$\therefore \bar{R}_A = \frac{1}{24} \frac{qL^3}{EI} - \frac{1}{16} \frac{RL^2}{EI} = \frac{77}{1920} \frac{qL^3}{EI}$$

$$(一) \Delta_{\text{中點}} = M_{\text{中點}} = \frac{R}{K} = \frac{1}{80} \frac{qL^4}{EI} \quad (\downarrow)$$

$$(二) \theta_A = V_A = \frac{77}{1920} \frac{qL^3}{EI} \quad (\curvearrowright)$$

- 三、圖示桁架係由 6 根楊氏係數均為 E 之桿件所組成，其中水平桿件 BC、AD 與垂直桿件 AB、CD 長度均為 l ，斷面積均為 A ；AC、BD 二桿件長度為 $\sqrt{2}l$ 、斷面積為 $\sqrt{2}A$ ，且桿件係對穿通過並無接點。A、D 點均為鉸接支承，於 C 點承受水平力 P 。請問：
- (一) 此桁架是否為靜不定桁架？其超靜定度為何？必須說明理由。(5 分)
- (二) 計算各桿件作用力。(10 分)
- (三) 求 C 點之水平及垂直位移。(10 分)



【參考解答】

(一) 本桁架為靜不定桁架

(1) 桁架結構之靜不定度判別： $b=6 \quad r=4 \quad j=4 \Rightarrow b+r-2j=2$

(2) 若不考慮 AD 桿件為冗零桿，則為 2 度靜不定桁架

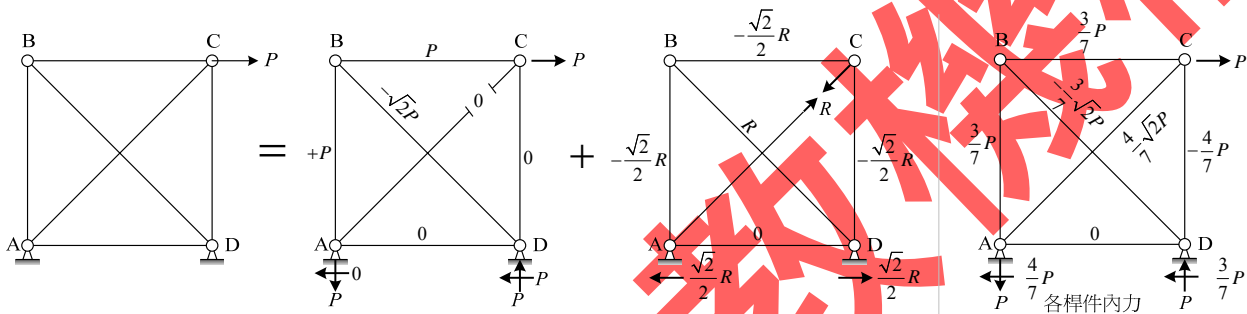
(3) 若考慮 AD 桿件為冗零桿，則為 1 度靜不定桁架

(二) 選取 AC 桿件為贅力，以最小功法求解桿件內力

$$(1) \frac{\partial U}{\partial R} = 0 \Rightarrow \sum \frac{\partial S}{\partial R} \frac{SL}{EA} = 0 \therefore \frac{L}{EA} (-2\sqrt{2}P + 3.5R) = 0 \therefore R = \frac{4}{7} \sqrt{2}P$$

(2)各桿內力如下圖所示

桿件	桿件內力 S	$\partial S / \partial R$	$S(\partial S / \partial R)$	桿件內力 S	u_{CH}	u_{CV}	$\sum u_{CH}S$	$\sum u_{CV}S$
BC	$P - \frac{\sqrt{2}}{2}R$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}P + \frac{1}{2}R$	$\frac{3}{7}P$	1	0	$\frac{3}{7}P$	0
AB	$P - \frac{\sqrt{2}}{2}R$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}P + \frac{1}{2}R$	$\frac{3}{7}P$	1	0	$\frac{3}{7}P$	0
BD	$-\sqrt{2}P + R$	1	$-\sqrt{2}P + R$	$-\frac{3}{7}\sqrt{2}P$	$-\sqrt{2}$	0	$\frac{6}{7}P$	0
AC	R	1	R	$\frac{4}{7}\sqrt{2}P$	0	0	0	0
CD	$-\frac{\sqrt{2}}{2}R$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\frac{1}{2}R$	$-\frac{4}{7}P$	0	1	0	$-\frac{4}{7}P$
合計			$-2\sqrt{2}P + 3.5R$	-	-	-	$\frac{12}{7}P$	$-\frac{4}{7}P$



(三)C 點之水平及垂直位移

(1)於 C 點施加一單位向右水平力

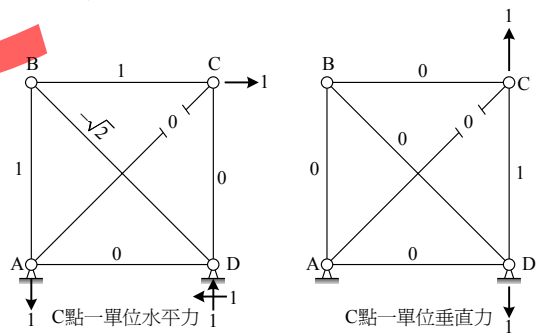
$$\Delta_{CH} = \sum u_{CH} \frac{SL}{EA} = \frac{L}{EA} \left(\frac{12}{7}P \right)$$

$$= \frac{12 PL}{7 EA} (\rightarrow)$$

(2)於 C 點施加一單位向上垂直力

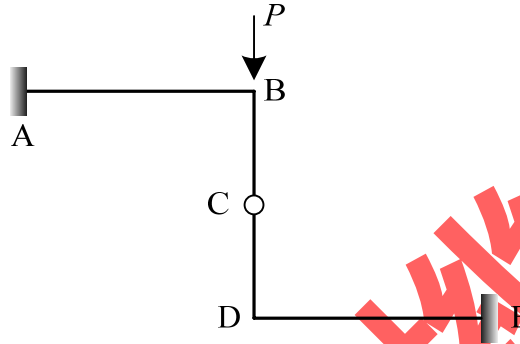
$$\Delta_{CV} = \sum u_{CV} \frac{SL}{EA} = \frac{L}{EA} \left(-\frac{4}{7}P \right)$$

$$= -\frac{4 PL}{7 EA} (\downarrow)$$



四、圖示剛架 ABCDE，材料之楊氏係數為 E ；斷面二次矩為 I ，水平桿件 AB 與 DE 長度均為 l ；垂直桿件 BC 與 CD 長度均為 $\frac{l}{2}$ ；A 端與 E 端均為固定端，B、D 兩點為剛接，C 點為鉸接，於 B 點承受垂直力 P 作用。限以傾角變位法計算（以其他方法求得不給分）：

- (一)各桿件端點力矩。(10 分)
 (二)B 點的轉角與垂直位移。(10 分)
 (三)C 點的水平位移。(5 分)



【參考解答】

實質對稱結構，採一半分析

(一)各桿件端點力矩

(1)無固端彎矩

$$(2) \text{相對 } K \text{ 值} \Rightarrow k_{AB} : k_{BC} = \frac{2EI}{L} : \frac{2EI}{L/2} = 1 : 2$$

(3)相對 R 值

$$\text{I. } R_{AB}(L) + R_{DE}(L) = 0 \therefore R_{AB} = -R_{DE}, \text{ 令 } R_{AB} = R_1$$

$$\text{II. } R_{BC}\left(\frac{l}{2}\right) + R_{CD}\left(\frac{l}{2}\right) = 0 \therefore R_{BC} = -R_{CD}, \text{ 令 } R_{BC} = R_2$$

(4)列傾角變位式

I. 傾角變位式

$$M_{AB} = 1(\theta_B - 3R_1) = \theta_B - 3R_1$$

$$M_{BA} = 1(2\theta_B - 3R_1) = 2\theta_B - 3R_1$$

$$M_{BC} = 2(1.5\theta_B - 3R_2) = 3\theta_B - 6R_2$$

II. 實質對稱性條件

$$M_{AB} = -M_{ED}$$

$$M_{BA} = -M_{DE}$$

$$M_{BC} = -M_{DC}$$

(5)列平衡方程式

$$\text{I. } \sum M_B = 0, M_{BA} + M_{BC} = 0 \Rightarrow 5\theta_B - 3R_1 - 6R_2 = 0$$

$$\text{II. } \sum F_y = 0, V_{AB} + P = V_{ED} \Rightarrow \frac{M_{AB} + M_{BA}}{L} + P = \frac{M_{DE} + M_{ED}}{L}$$

$$\text{III. } \Rightarrow 2M_{AB} + 2M_{BA} = -PL \therefore 6\theta_B - 12R_1 = -PL$$

$$\text{IV. 實質對稱性條件: } V_{BC} = 0 \Rightarrow \frac{M_{BC}}{L} = 0 \Rightarrow 3\theta_B - 6R_2 = 0$$

$$\text{聯立上三式可解 } \theta_B = \frac{PL}{2} \quad R_1 = \frac{PL}{3} \quad R_2 = \frac{PL}{4}$$

(6) θ_B 、 R_1 、 R_2 代回傾角變位式可得各桿端彎矩

$$M_{AB} = \theta_B - 3R_1 = -\frac{PL}{2} \quad \Rightarrow M_{ED} = -M_{AB} = \frac{PL}{2}$$

$$M_{BA} = 2\theta_B - 3R_1 = 0 \quad \Rightarrow M_{DE} = -M_{BA} = 0$$

$$M_{BC} = 3\theta_B - 6R_2 = 0 \quad \Rightarrow M_{DC} = -M_{BC} = 0$$

(二) B 點的轉角與垂直位移

$$(1) M_{AB} = \frac{2EI}{L} \left(\theta_B - 3 \frac{\Delta_B}{L} \right), \quad M_{BA} = \frac{2EI}{L} \left(2\theta_B - 3 \frac{\Delta_B}{L} \right)$$

$$\Rightarrow M_{BA} - M_{AB} = \frac{2EI}{L} \theta_B \quad \therefore \theta_B = \frac{L}{2EI} (M_{BA} - M_{AB}) = \frac{PL^2}{4EI} \quad (\curvearrowright)$$

$$(2) M_{BA} = \frac{2EI}{L} \left(2\theta_B - 3 \frac{\Delta_B}{L} \right) \Rightarrow 0 = \frac{2EI}{L} \left(2 \cdot \frac{PL^2}{4EI} - 3 \frac{\Delta_B}{L} \right) \quad \therefore \Delta_B = \frac{PL^3}{6EI} \quad (\downarrow)$$

(三) C 點的水平位移

$$M_{BC} = \frac{2EI}{L/2} \left(1.5\theta_B - 1.5 \frac{\Delta_C}{L/2} \right) \Rightarrow 0 = \frac{4EI}{L} \left(1.5 \cdot \frac{PL^2}{4EI} - 3 \frac{\Delta_C}{L} \right) \quad \therefore \Delta_C = \frac{PL^3}{8EI} \quad (\leftarrow)$$

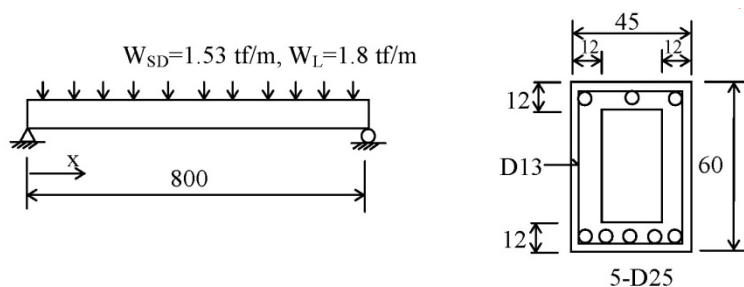
鋼筋混凝土學與設計

一、有一空心斷面簡支梁承受自重外，還承受圖示之附加靜載重及活載重，試求解下列問題：

(一)可配置最少剪力鋼筋量之 X 值。(13 分)

(二)在支承處之剪力鋼筋間距。(12 分)

鋼筋 $f_y = 4,200 \text{ kgf/cm}^2$ ，混凝土 $f'_c = 245 \text{ kgf/cm}^2$



【破題思路】

✎ 本題第一個考點是給拉力鋼筋，代表要用詳細式 $V_c = \min \left\{ \left(0.5\sqrt{f'_c} + 175\rho_w \left(\frac{V_u d}{M_u} \right) \right) b_w d \right. \left. \vphantom{\left(0.5\sqrt{f'_c} + 175\rho_w \left(\frac{V_u d}{M_u} \right) \right)} \right. \left. 0.93\sqrt{f'_c} b_w d \right\}$ 計算

混凝土的剪力強度，然而在不配剪力鋼筋與配置最少量剪力鋼筋處之 $\frac{V_u d}{M_u} \doteq 0$ ，故改採

剪力一般式計算即可，命題手法和 99 年地特三等 RC 第二題極類似。

✎ 本題第二個考點是中空斷面，有效的 $b_w = 12 \times 2 = 24 \text{ cm}$ 。

【參考解答】

(一)計算因數化載重與斷面性質

梁的斷面積 $A_c = 45 \times 60 - 21 \times 36 = 1944 \text{ cm}^2$

設混凝土自重為 2.4 tf/m^3 ，計算梁自重

$$\Rightarrow w_{D1} = \frac{1944}{10000} \times 2.4 = 0.46656 \text{ tf/m}$$

全部靜載重組合 $1.2(w_{D1} + w_{SD})$

全部活載重組合 $1.6w_L$

載重組合 $w_u = 1.2(w_{D1} + w_{D2}) + 1.6w_L = 5.276 \text{ tf/m}$

$$\text{拉力鋼筋重心距離梁底 } \bar{y}_1 = i + d_{D13} + \frac{d_{D25}}{2} = 4 + 1.27 + \frac{2.54}{2} = 6.54 \text{ cm}$$

有效深度 $d = h - \bar{y}_1 = 53.46 \text{ cm}$

單層配筋，故最外層拉力筋深度 $d_t = d = 53.46 \text{ cm}$

中空斷面有效梁寬 $b_w = 12 \times 2 = 24 \text{ cm}$

(二)不配剪力筋範圍及配最小剪力筋範圍

在不配剪力鋼筋與配置最少量剪力鋼筋處，因為 $\frac{V_u d}{M_u} \doteq 0$ ，故改採剪力一般式計算，

$$\phi V_c = 0.75 \times 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d = 7.983 \text{ tf}。$$

當 $V_u < \frac{1}{2} \phi V_c$ 時不用配剪力筋，假設梁中央左右 y 範圍內不配剪力筋。

$$w_u \times y = \frac{1}{2} \phi V_c \Rightarrow 5.276 \times y = \frac{1}{2} \times 7.983 \Rightarrow y = 0.756(\text{m}) = 75.6(\text{cm})。$$

⇒ 梁中央左右 75.6 cm 範圍內不配剪力筋。

當 $\frac{1}{2} \phi V_c < V_u < \phi V_c$ 時理論上不用配剪力筋，但依規範要配最小剪力鋼筋量，在此假設從梁中央左右 $y \sim z$ 範圍內配最少剪力筋。

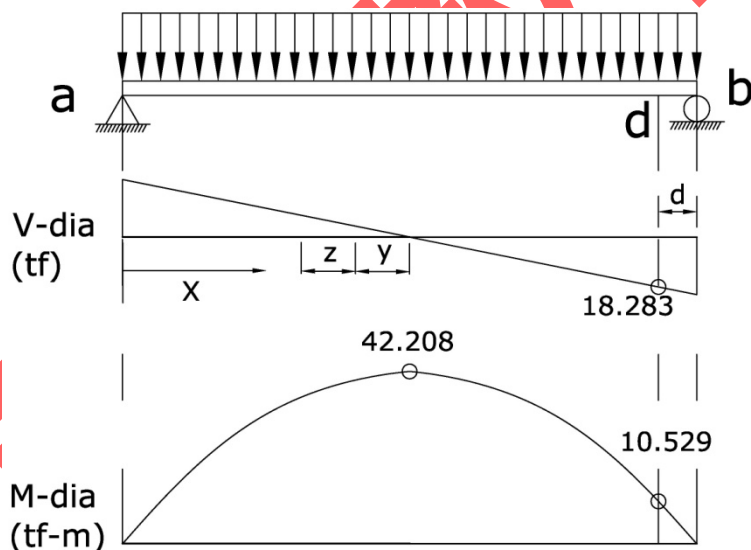
$$w_u \times z = \phi V_c \Rightarrow 5.276 \times z = 7.983 \Rightarrow z = 1.513(\text{m}) = 151.3(\text{cm})。$$

⇒ 梁中央左右 75.6 cm ~ 151.3 cm 範圍內配最小剪力鋼筋。

換成題目廣義座標 X ，即 $X = 248.7 \sim 324.4 \text{ cm}$ 範圍內配最小剪力鋼筋。

(三)計算支承處之設計剪力

本題因數化載重造成之彎矩圖與剪力圖如下圖所示。



$$\text{鋼筋比 } \rho_w = \frac{A_s}{b_w d} = \frac{5 \times 5.07}{24 \times 53.46} = 0.01976$$

$$\text{最大彎矩 } M_{\max} = \frac{w_u L^2}{8} = 42.208$$

在臨界斷面 d 點：

$$M_{ud} = \frac{w_u (Ld - d^2)}{2} = 10.529 \text{ tf-m}, \quad V_{ud} = w_u \left(\frac{L}{2} - d \right) = 18.283 \text{ tf}$$

$$\frac{V_{ud} d}{M_{ud}} = 0.9283 < 1 \Rightarrow \text{OK}$$

$$V_{cd} = \min \left\{ \left(0.5 \sqrt{f'_c} + 175 \rho_w \frac{V_u d}{M_u} \right) b_w d, \quad 0.93 \sqrt{f'_c} b_w d \right\} = 14.160 \text{ tf}$$

$$\phi V_{cd} = 0.75 \times 14.160 = 10.620 \text{ tf}。$$

(四)臨界斷面處之肋筋間距 s

$$V_{ud} - \phi V_{cd} = 18.283 - 10.620 = 7.663 \text{ tf}$$

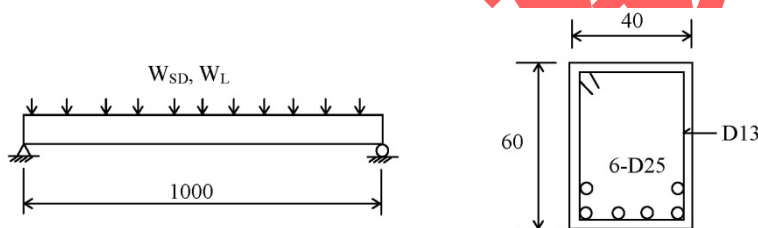
$$\therefore (V_{ud} - \phi V_{cd}) < \phi 1.06 \sqrt{f'_c} b_w d = 15.966 \text{ tf}$$

$$\Rightarrow \text{箍筋最大間距 } S_{\max} = \min \left\{ \frac{d}{2}, 60 \text{ cm}, \frac{A_v f_y}{3.5 b_w}, \frac{A_v f_y}{0.2 \sqrt{f'_c} b_w} \right\} = 26.73 \text{ cm} \quad \text{-----(1)}$$

$$\Rightarrow S_{\text{req'd}} = \frac{\phi A_v f_y d}{V_{ud} - \phi V_{cd}} = 55.82 \text{ cm} \quad \text{-----(2)}$$

由(1)(2)取小值 \Rightarrow 取 $S=25\text{cm}$ 為臨界斷面箍筋最大設計間距。

- 二、有一簡支梁如圖所示，除承受自重外，還承受附加靜載重 $W_{SD} = 1 \text{ tf/m}$ 與活載重 $W_L = 2 \text{ tf/m}$ ，若本梁無支撐或聯繫於任何會因較大撓度而破壞之結構物，
- (一)試檢核梁深與跨徑的比例是否符合設計規範規定 (5分)，
- (二)試檢核本梁之撓度是否符合規範之規定 (20分)。
- 鋼筋 $f_y = 4,200 \text{ kgf/cm}^2$ ，混凝土 $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ ，拉力筋上、下層之淨間距為 2.5 cm 。



【破題思路】

- 本題沒有細給拉力側鋼筋配置狀態，這在結構技師考試中算是常態，代表命題者有信心在考生自行合理假設下，所做出之答題也不會差太遠。因此本解假設箍筋為#4，上下層淨間距為 2.5cm ，鋼筋重心距離拉力側外緣為 $\bar{y}_t = 4 + 1.27 + 2.54 + \frac{2.5}{2} = 9.06 \text{ cm}$ ，為了便利計算取 $\bar{y}_t = 9 \text{ cm}$ 。

【參考解答】

(一)檢核跨深比

常重混凝土梁配筋為 $f_y = 4,200 \text{ kgf/cm}^2$ 者，簡支梁之跨深比限制為 $h_{\min} \geq \frac{L}{16}$ 。

依題意本題梁深 $h = 60 \text{ cm}$ ，而最小梁深限制為 $h_{\min} = \frac{1000}{16} = 62.5 \text{ cm}$ ，故不符合規範。

(二)計算有效深度

$$4\text{-D25 重心距離梁底 } \bar{y}_1 = i + d_{D13} + \frac{d_{D25}}{2} = 6.54 \text{ cm}$$

$$2\text{-D25 重心距離梁底 } \bar{y}_2 = i + d_{D13} + d_{D25} + 2.5 + \frac{d_{D25}}{2} = 11.58 \text{ cm}$$

$$\text{拉力筋群重心 } \bar{y}_t = \frac{4 \times \bar{y}_1 + 2 \times \bar{y}_2}{(4+2)} = 8.22 \text{ cm}$$

$$\text{鋼筋群有效深度 } d = h - \bar{y}_t = 51.78 \text{ cm}$$

(三)計算各階段工作彎矩

$$\text{開裂彎矩 } M_{cr} = 2.0\sqrt{f'_c} \times \frac{bh^2}{6} = \frac{2\sqrt{280} \times 40 \times 60^2}{6 \times 10^5} = 8.032 \text{ tf-m}$$

$$\text{設混凝土自重爲 } 2.4 \text{ tf/m}^3, \text{ 計算梁自重 } w_{DI} = \frac{40 \times 60}{10000} \times 2.4 = 0.576 \text{ tf/m}$$

$$\text{全部靜載重組合 } w_D = w_{DI} + w_{SD} = 0.576 + 1 = 1.576 \text{ tf/m}$$

$$\Rightarrow \text{靜載重工作彎矩 } M_D = \frac{1}{8} w_D L^2 = 19.7 \text{ tf-m} > M_{cr}, \text{ 已開裂。}$$

$$\Rightarrow \text{活載重工作彎矩 } M_L = \frac{1}{8} w_L L^2 = 25 \text{ tf-m}$$

$$\Rightarrow \text{總載重工作彎矩 } M_{D+L} = M_D + M_L = 44.7 \text{ tf-m} > M_{cr}, \text{ 已開裂。}$$

(四)計算斷面性質

$$f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2 \Rightarrow n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{136}{\sqrt{f'_c}} = 8.128$$

$$\text{有效深度 } d = h - \bar{y}_t = 51.78 \text{ cm}$$

$$\text{拉力筋面積 } A_s = 6 \times 5.07 = 30.42 \text{ cm}^2$$

未開裂斷面慣性矩

$$I_g = \frac{1}{12} bh^3 = 720000 \text{ cm}^4$$

求開裂斷面中性軸位置

$$\Rightarrow b(kd)\left(\frac{kd}{2}\right) = nA_s(d - kd)$$

$$\Rightarrow 20(kd)^2 = 8.128 \times 30.42 \times (51.78 - kd)$$

$$\Rightarrow kd = 19.864 \text{ cm}$$

開裂斷面慣性矩

$$I_{cr} = \frac{1}{3} b(kd)^3 + nA_s(d - kd)^2 = 356,366 \text{ cm}^4$$

(五)求靜載重造成之瞬間撓度 Δ_{iD}

$$\text{靜載重工作彎矩 } M_D = \frac{1}{8} w_D L^2 = 19.7 \text{ tf-m}$$

$$\because M_D > M_{cr} \Rightarrow \text{此時混凝土已開裂}, \frac{M_{cr}}{M_a} = \frac{8.032}{19.7} = 0.4077 \text{。}$$

$$\Rightarrow I_{eD} = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} = 381,008.6 \text{ cm}^4 \leq I_g$$

$$E_c I_{eD} = \frac{15000\sqrt{280} \times 381008.6}{10^7} = 9563.24 \text{ tf-m}^2$$

$$\Delta_{iD} = \frac{5w_D L^4}{384E_c I_{eD}} = \frac{5 \times 1.576 \times 10^4}{384 \times 9563.24} \times 100 = 2.146 \text{ cm}$$

(六)計算全部載重造成瞬間撓度 Δ_{iD+L}

$$\text{總載重工作彎矩 } M_{D+L} = M_D + M_L = 44.7 \text{ tf-m}$$

$$\because M_{D+L} > M_{cr} \Rightarrow \text{此時混凝土已開裂}, \frac{M_{cr}}{M_a} = \frac{8.032}{44.7} = 0.1797 \text{。}$$

$$\Rightarrow I_{eD+L} = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} = 358,476.13 \text{ cm}^4 \leq I_g$$

$$E_c I_{eD+L} = \frac{15000\sqrt{280} \times 358,476.13}{10^7} = 8997.68 \text{ tf-m}^2$$

$$\Delta_{iD+L} = \frac{5w_{D+L}L^4}{384E_c I_{D+L}} = \frac{5 \times 3.576 \times 10^4}{384 \times 8997.68} \times 100 = 5.175 \text{ cm}$$

(七)計算活載重造成瞬間撓度 Δ_{iL}

$$\Delta_{iL} = \Delta_{iD+L} - \Delta_{iD} = 3.029 \text{ cm}$$

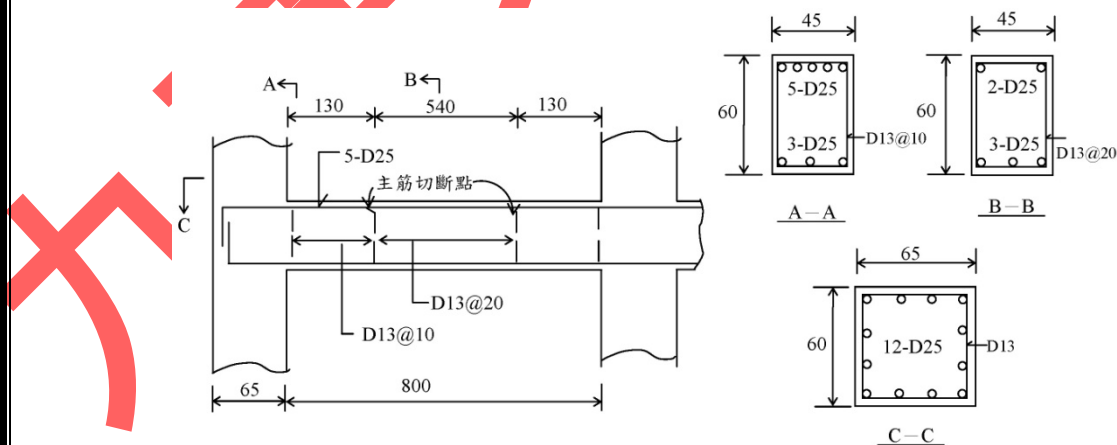
$$\text{規範規定一般樓板容許計算撓度爲 } \frac{L}{360} = \frac{1000}{360} = 2.778 \text{ cm}$$

$$\because \Delta_{iL} > \frac{L}{360} \therefore \text{不合乎規範規定。}$$

三、試檢核圖示 A-A 斷面梁頂部撓曲鋼筋之伸展長度。(25 分)

鋼筋 $f_y = 4,200 \text{ kgf/cm}^2$ ，混凝土 $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ ， $f_{yt} = 4,200 \text{ kgf/cm}^2$

$$L_d = \left[0.28 \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \frac{(\psi_t \psi_e \psi_s \lambda)}{\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right)} \right] d_b, \quad K_{tr} = \frac{A_{tr} f_{yt}}{105S_n}, \quad L_{dh} = \left[\frac{0.075 f_y \psi_e \lambda}{\sqrt{f'_c}} \right] d_b$$



【破題思路】

- ✎ 這一題沒有出完，因為 B-B 斷面及 C-C 斷面與拉力彎鉤公式用不到，代表命題老師出題時是寫好一個「題組」，只是考試時只被允許出其中一小題，考生不妨把 B-B 斷面及 C-C 斷面自己拿來設想幾種命題模式，說不定以後進考場就會遇到。
- ✎ 本題和 101 年司特 RC 第二題命題模式如出一轍，連沒出完這點都一樣。

【參考解答】

(一)判斷 A-A 斷面劈裂模式

A-A 斷面上，箍筋形式與間距 D13@10 cm。

$$c_b = \min \left\{ \begin{array}{l} \text{鋼筋心到心間距之半} \\ \text{鋼筋心到混凝土外緣之距} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow c_b = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{45 - 2 \times 4 - 2 \times 1.27 - 2.54}{(5-1) \times 2} \\ 4 + 1.27 + \frac{2.54}{2} \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 3.99 \\ 6.54 \end{array} \right\} = 3.99 \text{ cm}$$

上式由鋼筋心到心間距控制，為水平式劈裂。

劈裂面上有 2 根箍筋，劈裂面通過 5 根主筋

$$\Rightarrow \text{箍筋束制指標 } K_{tr} = \left(\frac{A_{tr}}{n} \right) \frac{f_{yt}}{105S} = \frac{2 \times 1.27}{5} \times \frac{4200}{105 \times 10} = 2.032$$

$$\text{檢討鋼筋圍束修正係數 } \frac{c_b + K_{tr}}{d_b} = \frac{3.99 + 2.032}{2.54} = 2.37$$

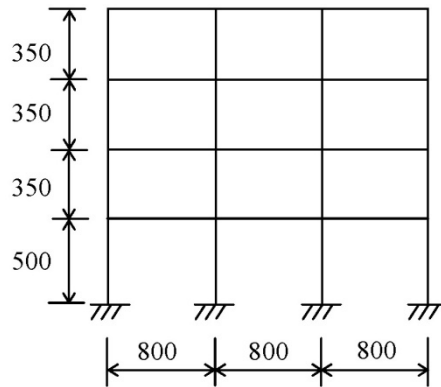
$$\text{檢查修正係數範圍 } 1.0 < \left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right) < 2.5, \text{ OK。}$$

(二)計算 A-A 斷面伸展長度 L_d ⇒ 上層筋，故鋼筋位置修正因數 $\psi_t = 1.3$ ⇒ 使用 5-D25， $\psi_s = 1.0$ ⇒ 題目「沒額外規定塗佈環氧樹脂」與「使用常重混凝土」⇒ $\psi_e = \lambda = 1.0$ 檢核 $\psi_t \psi_e = 1.3 < 1.7$ ，OK。

$$\Rightarrow L_d = 0.28 \frac{d_b f_y (\psi_t \psi_e \psi_s \lambda)}{\sqrt{f'_c} \left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right)} = 0.28 \times \frac{2.54 \times 4200}{\sqrt{280}} \times \frac{1.3}{2.37} = 97.91 \text{ cm}$$

實際配置伸展長度為 130cm > $L_d = 97.91 \text{ cm}$ ⇒ 符合規定

四、在設計圖示鋼筋混凝土構架一樓柱時，是否應考慮為長柱，試依現行鋼筋混凝土設計規範列式說明判定之方法。(25分)



【破題思路】

- ✎ 這一題題目沒有給載重，所以單純背誦規範即可。
- ✎ 判斷長柱的第一步是判定有無側位移，然後再分別考慮是否為細長柱。

【參考解答】

(一)判斷是否有側位移

$$\frac{\text{二階PA效應所造成之彎矩}}{\text{一階分析之彎矩}} \text{----- (a) 或 } Q = \frac{\sum P_u \Delta_o}{V_u L_c} \text{----- (b)}$$

上式中 Q = 樓層穩定係數， $\sum P_u$ = 樓層之總設計垂直力

V_u = 樓層之總設計剪力。

Δ_o = 樓層受 V_u 時之一階分析層底相對變位

L_c = 受壓構材全長 = 樓層中心距。

若(a)或(b)之值小於 0.05，則視為無側移，反之，則視為有側移。

(二)無側移判定是否為長柱

若無側位移，則代表柱有充分的側支撐，不考慮橫向位移。

若細長比 $\frac{kL_u}{r} \geq 34 - 12 \frac{M_1}{M_2}$ ，需要考慮細長柱效應。

上式中的 $\frac{M_1}{M_2} \geq -0.5$ 以單曲率為正，雙曲率為負， r 稱為迴轉半徑。

(三)有側移判定是否為長柱

若有側位移時。

若細長比 $\frac{kL_u}{r} \geq 22$ ，需要考慮細長柱效應。