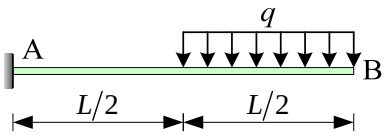
工程力學概要

一、繪出下圖懸臂梁 AB 之剪力圖與彎矩圖。（25 分）



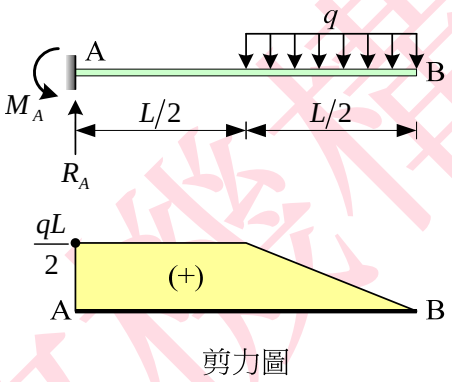
【參考解答】

(1)計算支承反力

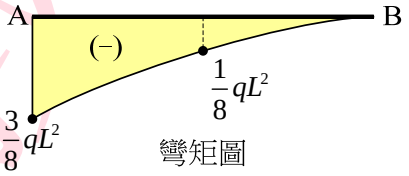
(a) $\Sigma F_y = 0$，$R_A = \dfrac{qL}{2}$

(b) $\Sigma M_A = 0$，$M_A = q \cdot \dfrac{L}{2} \times \dfrac{3}{4} L = \dfrac{3}{8} qL^2$

(2)繪製剪力彎矩圖

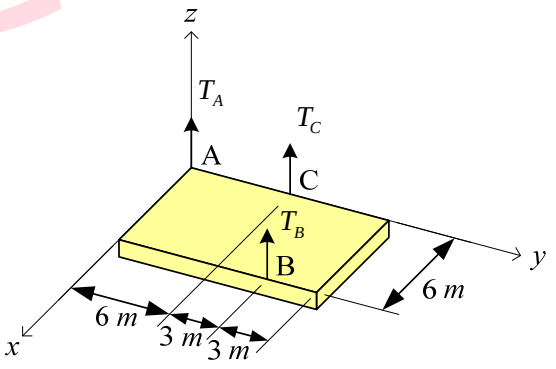


剪力圖



彎矩圖

二、圖中之均質矩形版重 W，受三根垂直繩索懸吊於空中，A、B、C 點為其懸吊點。若已知各繩索之最大容許張力為 2.75 kN，試計算最大容許版重 W 之值。（25 分）



【參考解答】

(1)對 y 軸取力矩平衡

$W \times 3 = T_B \times 6 \Rightarrow T_B = \dfrac{W}{2}$

(2)對 x 軸取力矩平衡

$T_C \times 6 + T_B \times 9 = W \times 6 \Rightarrow T_C = \dfrac{W}{4}$

(3) $\Sigma F_y = 0$，$T_A + T_B + T_C = W$

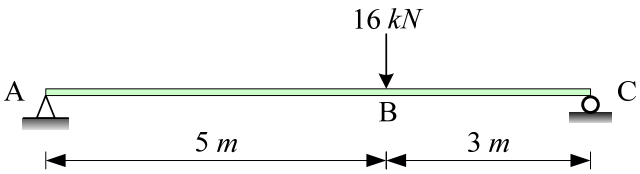
$\Rightarrow T_A = \dfrac{W}{4}$

(4)B 繩張力最大 $\Rightarrow$ T_B 控制

$T_B=\dfrac{W}{2}=2.75 \Rightarrow W=5.5\ kN$

(5)Ans：$W=5.5\ kN$

三、圖示簡支梁的 EI 為定值，計算其最大變位與中點變位的比值。（25 分）



【參考解答】

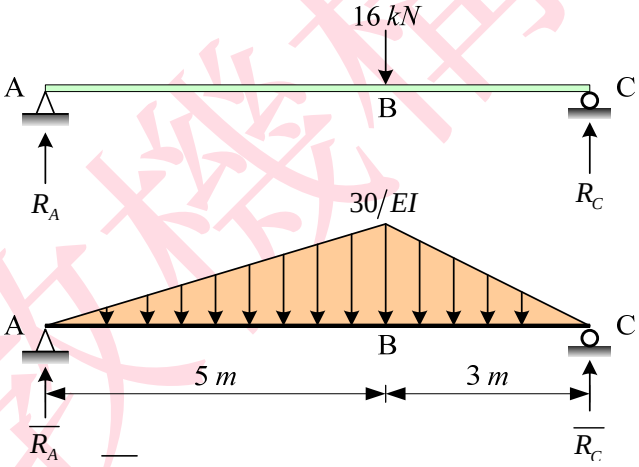
(1)計算支承反力，並繪製 $\dfrac{M}{EI}$ 圖

(a) $\Sigma M_A=0$，$16\times5=R_C\times8$

$\Rightarrow R_C=10\ kN\ (\uparrow)$

(b) $\Sigma F_y=0$，$R_A+R_C=16$

$\Rightarrow R_A=6\ kN\ (\uparrow)$



(2)以共軛梁法計算 δ_{max}，$\delta_{中點}$

(a)計算支承反力

$\Sigma M_C=0$，$\dfrac{1}{2}\times5\times\dfrac{30}{EI}\times\left(3+\dfrac{5}{3}\right)+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{30}{EI}\times3\times2=\overline{R_A}\times8$

$\therefore\ \overline{R_A}=\dfrac{55}{EI}\ (\uparrow)$

$\Sigma F_y=0$，$\overline{R_A}+\overline{R_C}=\dfrac{1}{2}\times8\times\dfrac{30}{EI}$

$\therefore\ \overline{R_C}=\dfrac{65}{EI}$

(b) δ_{max} 發生在共軛梁上 $\overline{M_{max}}$ 處

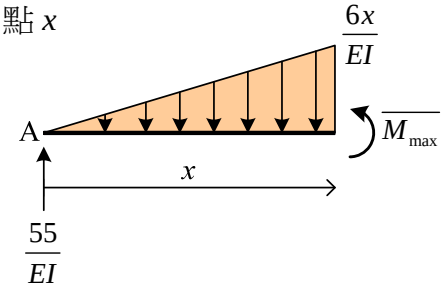
$\overline{M_{max}}$ 處發生在 $\overline{V}=0$ 處，假設 $\overline{V}=0$ 的位置，距離 A 點 x

$\Sigma F_y=0$，$\dfrac{55}{EI}=\dfrac{1}{2}\cdot x\times\dfrac{6x}{EI} \Rightarrow x=4.28\ m$

$\Sigma M=0$，$\dfrac{1}{2}\cdot x\cdot\dfrac{6x}{EI}\cdot\dfrac{x}{3}+\overline{M_{max}}=\dfrac{55}{EI}\cdot x$

$\Rightarrow \overline{M_{max}}=\dfrac{157}{EI}$

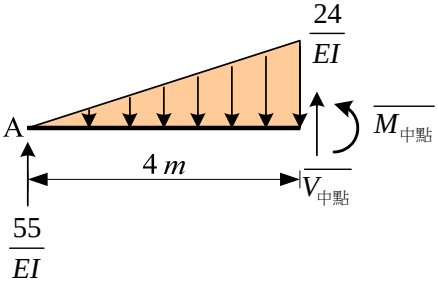
$\therefore\ \delta_{max}=\dfrac{157}{EI}$



(c)計算 $\delta_{中點}$

$\Sigma M=0$，$\dfrac{1}{2}\cdot4\cdot\dfrac{24}{EI}\cdot\dfrac{4}{3}+\overline{M_{中點}}=\dfrac{55}{EI}\cdot4$

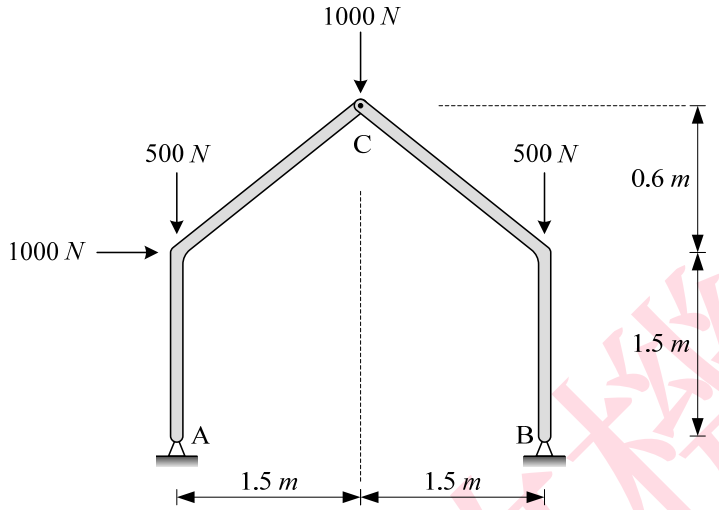
$\Rightarrow \overline{M_{中點}}=\dfrac{156}{EI}$



$\therefore\ \delta_{中點}=\dfrac{156}{EI}$

(d) $\dfrac{\delta_{max}}{\delta_{中點}}=\dfrac{157/EI}{156/EI}=\dfrac{157}{156}$

四、若不計桿重，試求如圖所示之構架，在 A、B 點的反力。（25 分）

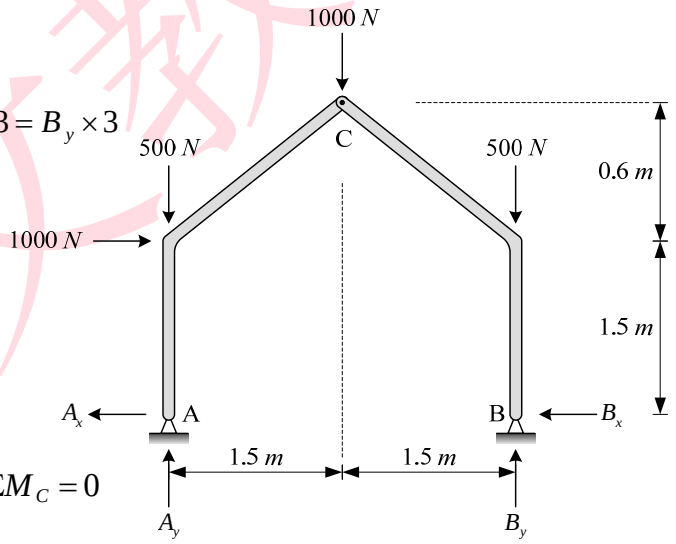


【參考解答】

(1)整體結構

$\Sigma M_A=0$，$1000\times1.5+1000\times1.5+500\times3=B_y\times3$

$\therefore\ B_y=1500\ N\ \ (\uparrow)$



(2)整體結構 $\Sigma F_y=0$

$\Sigma F_y=0$，$A_y+B_y=500+1000+500$

$\therefore\ A_y=500\ N\ \ (\uparrow)$

(3)在 C 點右側切開，對右半邊自由體取 $\Sigma M_C=0$

$\Sigma M_C=0$，$500\times1.5+B_x\times2.1=B_y\times1.5$

$\Rightarrow\ B_x=714.29\ N\ \ (\leftarrow)$

(4)整體結構 $\Sigma F_x=0$

$\Sigma F_x=0$，$A_x+B_x=1000\ \Rightarrow\ A_x=285.71\ N\ \ (\leftarrow)$

(5)A、B 點支承反力如圖所示