

101 年鐵路人員特別考試員級測量學概要參考解答

一、試完成並驗算下列水準測量觀測手簿。BM₁及BM₂為已知點，R為轉點，總長為450公尺，誤差是否在普通測量容許($\pm 20\text{mm}\sqrt{L}$)內？(20分)

測站	後視 (m)	前視 (m)	高差(m)		標高(m)			備考
			+	-	計算值	改正值	改正後值	
BM ₁	1.025				100.000		100.000	BM ₁ 之已知 高程為 100.000 m
R ₁	0.661	2.110						
R ₂	1.151	1.549						
R ₃	2.221	2.156						BM ₂ 之已知 高程為 96.055 m
R ₄	1.050	1.339						
總和		2.862						
結果								

(101 鐵路員級-測量學概要 #1)

【參考解答】

測站	後視 (m)	前視 (m)	高差(m)		標高(m)		
			+	-	計算值	改正數	改正後值
BM ₁	1.025				100.000	0	100.000
R ₁	0.661	2.110		1.085	98.915	-0.007	98.908
R ₂	1.151	1.549		0.888	98.027	-0.015	98.012
R ₃	2.221	2.156		1.005	97.022	-0.022	97.000
R ₄	1.050	1.339	0.882		97.904	-0.030	97.874
BM ₂		2.862		1.812	96.092	-0.037	96.055
總和	6.108	10.016	0.882	4.790			
結果	$\Delta h = -3.908m$		$\Delta h = -3.908m$				

閉合差 $\varepsilon = -3.908 - (96.055 - 100.000) = +0.037m$

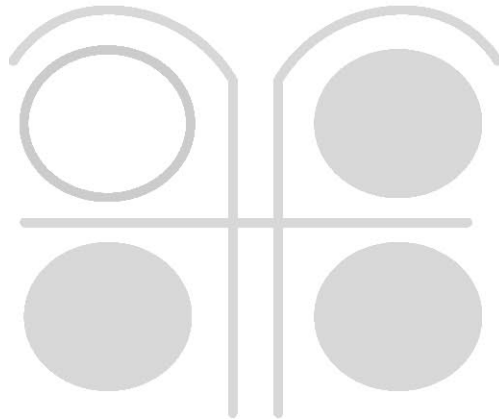
按點數平差計算之改正值如下：

$$r_1 = -\frac{1}{5} \times (+0.037) = -0.007m, \quad r_2 = -\frac{2}{5} \times (+0.037) = -0.015m$$

$$r_3 = -\frac{3}{5} \times (+0.037) = -0.022m, \quad r_4 = -\frac{4}{5} \times (+0.037) = -0.030m$$

$$r_5 = -\frac{5}{5} \times (+0.037) = -0.037m$$

規範值為 $\pm 20 \times \sqrt{0.45} \approx \pm 13\text{mm}$ ，閉合差絕對值 $0.037\text{m} > 13\text{mm}$ ，故已超出普通測量的容許誤差。



九
華

二、利用誤差為 $\pm(3 \text{ mm}+2 \text{ ppm})$ 之電子測距儀觀測兩點間距離得 756.291 m ，若儀器定心誤差與規標定心誤差分別為 $\pm 4 \text{ mm}$ 與 $\pm 3 \text{ mm}$ ，這段距離之估計誤差為若干？相對精度又為若干？（20 分）

(101 鐵路員級-測量學概要 #2)

【參考解答】

$$M_S = \pm\sqrt{3^2 + (2 \times 10^{-6} \times 756.291 \times 10^3)^2 + 4^2 + 3^2} = \pm 6 \text{ mm}$$

$$\text{相對精度} = \frac{0.006}{756.291} = \frac{1}{126048.5} \approx \frac{1}{126049}$$

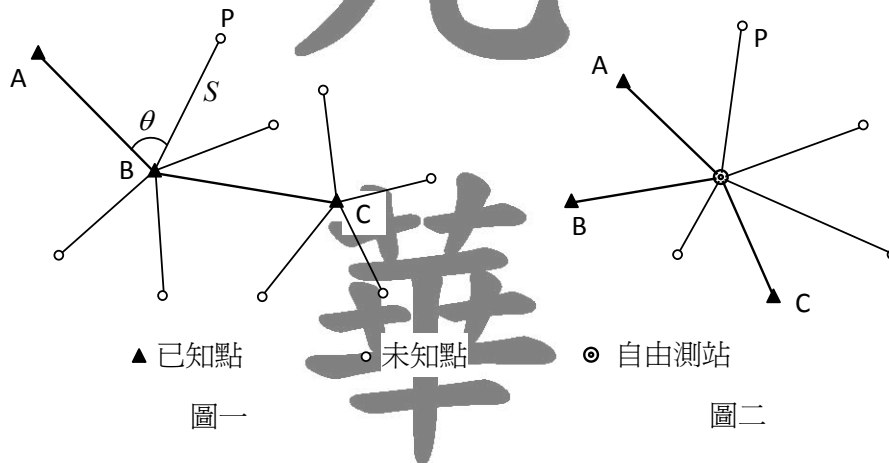
三、試說明平面測量中的輻射法和自由測站法，並加以比較。（20 分）

(101 鐵路員級-測量學概要 #3)

【問題剖析】

(一)測法說明

- (1)輻射法：如圖一所示，將儀器整置於已知控制點（如圖中 B 點），並後視另一已知控制點（如圖中 A 點），再觀測後視點與各個未知點（如圖中 P 點）間的水平角 θ 及測站至未知點的水平距離 S ，進而計算出未知點的坐標。
- (2)自由測站法：如圖二所示，將儀器自由地設置於適當地點後，以後方交會方式後視觀測測站與兩個以上已知控制點之間的水平角和水平距離，決定出測站的坐標值，再觀測測站和未知點之間的水平和水平距離，進而類似光線法依據測站站坐標計算未知點的坐標。



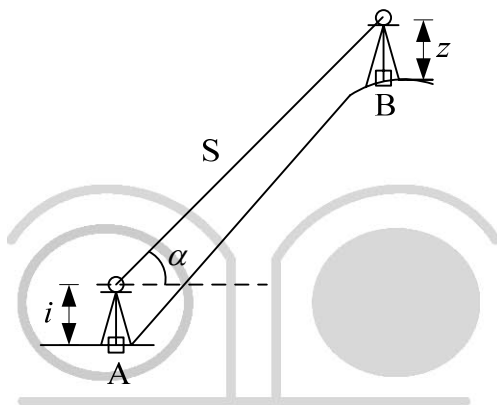
(二)比較

項 目	輻射法	自由測站法
測量程序	較為直觀單純，然儀器侷限於已知控制點上，易受環境限制。	較為繁複，然測站可自由設站，較不受環境限制。
計算程序	簡單	較為複雜
方位誤差	僅有一個後視已知點作為起算方位依據，方位誤差無法檢核，並直接影響各未知點成果。	後視二個以上的已知點時，方位誤差可作合理的檢核及配賦。最終的方位誤差直接影響各未知點成果。
尺度誤差	僅由兩個已知點決定尺度，可能造成放樣點之間的尺度誤差較不均勻。	若有三個以上的後視已知點且分布適當的話，未知點之間的尺度誤差應較為均勻。
成果精度	各未知點皆為獨立施測，不會相互影響。此外，未知點精度是由控制點坐標精度和觀測量精度直接一次誤差傳播求得，精度僅降一級，故成果品質較佳。	各未知點皆為獨立施測，不會相互影響。若測站站坐標有誤，所有該測站之未知點皆錯誤。此外，先由控制點坐標精度和觀測量精度依誤差傳播求得測站站坐標精度；再由測站站坐標精度和觀測量精度二次誤差傳播求得未知點精度，精度已降二級，故成果品質較輻射法差。
控制系統佈設	需事先對測區作較完整的控制網規劃及施測，同時必須要求相鄰點位之間是通視的。對於通視困難地區，可以配合 GPS 建立可通視之點對方式，再於各點對上實施輻射法。	可同時實施控制測量及細部測量，因此控制點的佈設數量較輻射法少，點位之間的通視要求也較低。可配合 GPS 建立不通視之點對方式，再於各點對附近實施自由測站法。
儀器架設	需完成儀器之定心及定平。	僅需定平儀器。

華

四、示意如圖，A 為已知點，高程為 100.000 m，且假設無中誤差，斜距 S 及中誤差為 200.000 m ± 0.010 m，儀器高與覘標高及相應之中誤差分別為 $i=1.500$ m ± 0.005 m， $z=1.300$ m ± 0.005 m，仰角值 $\alpha=30^\circ 00' 00''$ 。若擬控制所求 B 點高程之中誤差不大於 0.010 m，則仰角 α 之中誤差不得大於若干？計算之。(20 分)

(101 鐵路員級-測量學概要 #4)



【參考解答】

$$H_B = H_A + S \times \sin \alpha + i - z = 100.000 + 200.000 \times \sin 30^\circ 00' 00'' + 1.500 - 1.300 = 200.200 \text{ m}$$

$$\frac{\partial H_B}{\partial S} = \sin 30^\circ 00' 00'' = 0.5$$

$$\frac{\partial H_B}{\partial \alpha} = S \times \cos \alpha = 200.000 \times \cos 30^\circ 00' 00'' = 173.205 \text{ m}$$

$$\frac{\partial H_B}{\partial i} = 1$$

$$\frac{\partial H_B}{\partial z} = -1$$

$$M_{H_B} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial H_B}{\partial S}\right)^2 \times M_S^2 + \left(\frac{\partial H_B}{\partial \alpha}\right)^2 \times \left(\frac{M_\alpha}{\rho''}\right)^2 + \left(\frac{\partial H_B}{\partial i}\right)^2 \times M_i^2 + \left(\frac{\partial H_B}{\partial z}\right)^2 \times M_z^2}$$

$$\pm 0.010 = \pm \sqrt{0.5^2 \times 0.010^2 + 173.205^2 \times \left(\frac{M_\alpha}{\rho''}\right)^2 + 1^2 \times 0.005^2 + (-1)^2 \times 0.005^2}$$

解得 $M_\alpha \approx \pm 6''$ ，即仰角 α 之中誤差不得大於 $\pm 6''$ 。

五、有格網水準各節點數據如下圖所示，單位為 m，各格網間長寬均為 5 m，格網設計高程均為 14.600 m，求其各格網挖或填之土方量，與其總挖填土方量。(20 分)

(101 鐵路員級-測量學概要 #5)

	14.500	14.400	14.400
	14.600	14.500	14.700
	14.700	14.600	14.800

【參考解答】

如圖，各格網挖或填之土方量計算如下：

$$V_1 = \frac{5 \times 5}{4} [(14.5 - 14.6) + (14.4 - 14.6) + (14.6 - 14.6) + (14.5 - 14.6)] = -2.5m^3 \text{ (挖方)}$$

$$V_2 = \frac{5 \times 5}{4} [(14.4 - 14.6) + (14.4 - 14.6) + (14.5 - 14.6) + (14.7 - 14.6)] = -1.875m^3 \text{ (挖方)}$$

$$V_3 = \frac{5 \times 5}{4} [(14.6 - 14.6) + (14.5 - 14.6) + (14.7 - 14.6) + (14.6 - 14.6)] = +0.625m^3 \text{ (填方)}$$

$$V_4 = \frac{5 \times 5}{4} [(14.5 - 14.6) + (14.7 - 14.6) + (14.6 - 14.6) + (14.8 - 14.6)] = +1.25m^3 \text{ (填方)}$$

總土方量 $V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = -2.5 - 1.875 + 0.625 + 1.25 = -2.5m^3$ (挖方)

	14.500	14.400	14.400
	V1	V2	
	14.600	14.500	14.700
	V3	V4	
	14.700	14.600	14.800