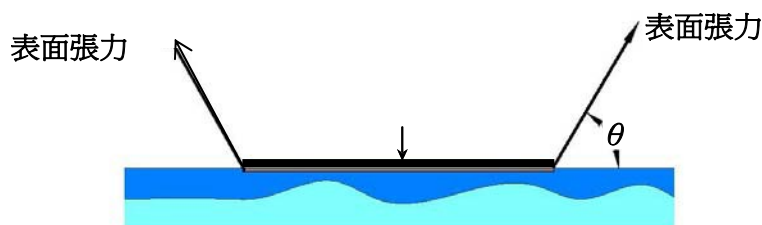


一、達摩一葦渡江傳為佳話，雖不明其真正原因，然估計與表面張力或許有關。為確定表面張力之能耐，特別設計實驗，將一質量為0.7公克，長、寬分別為3公分、1公分的長方形薄金屬片置於表面張力為0.0602 N/m之液體的表面，如圖所示。請問，此金屬片是否有可能“漂浮”於液面？請說明原因。（25分）



〔參考題解〕：

由力平衡知： $mg - 2\sigma L \sin \theta = 0$

則 $(0.0007)(9.81) - 2(0.0602)(0.06+0.02)\sin\theta = 0$

故 $\theta = 45.5^\circ$

當表面張力角度大於 $\theta = 45.5^\circ$ 時，長方形薄金屬片將可漂浮於液面，反之，當表面張力角度小於 $\theta = 45.5^\circ$ 時，長方形薄金屬片將下沉

二、機翼尾端渦流之流線常可用半徑為 r 的正圓形環流來表示，該環流的移動速度則可表示為 K/r ， K 為常數。請問：

(一)沿流線方向之切線加速度(a_s) 為何？(15 分)

(二)垂直流線方向之法線加速度(a_n)為何？(10 分)

〔參考題解〕：

已知 $v_r = \frac{K}{r}$ ， $v_\theta = \frac{-K}{r}$

(一) 沿流線方向之切線加速度(a_s) 為：

$$a_s = a_\theta = \left[v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{\partial v_\theta}{\partial t} \right] \quad (1)$$

$$\text{其中 } \frac{\partial v_\theta}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{-K}{r} \right) = \frac{K}{r^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{-K}{r} \right) = 0 \quad (3)$$

將(2)(3)代入(1)得：

$$a_s = a_\theta = \left[\frac{K}{r} \frac{K}{r^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{-K}{r} \right) (0) + \frac{1}{r} \frac{K}{r} \left(\frac{-K}{r} \right) \right] = 0$$

(二) 沿流線方向之法線加速度(a_N) 爲：

$$a_N = a_r = \left[v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_r}{\partial t} \right] \quad (4)$$

$$\text{其中 } \frac{\partial v_r}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{K}{r} \right) = \frac{-K}{r^2} \quad (5)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{K}{r} \right) = 0 \quad (6)$$

將(5)(6)代入(4)得：

$$a_N = a_r = \left[\frac{K}{r} \left(\frac{-K}{r^2} \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{-K}{r} \right) (0) - \frac{1}{r} \left(\frac{-K}{r} \right)^2 \right] = \frac{-2K^2}{r^3}$$

三、XMX 公司的網路遊戲亮白 VII 推出後大獲好評，雖加開 20 部伺服器仍舊不敷使用。在保證伺服器運作正常的前提下，機房的冷卻功能需要完全保障。為響應全球節能減碳訴求，特將機房設於海拔 5000 公尺處，冷卻方式則以單一風扇代替空調，且機房需求之空氣體積流率為每小時 7000 立方公尺。已知當地空氣密度為每立方公尺 0.63 公斤，請問：

(一) 機房所需空氣的質量流率為何？(10 分)

(二) 當空氣經過風扇之均速為時速 20 公里時，則此風扇的尺寸(直徑) 應為何？(15 分)

[參考題解]：

(一) 已知體積流率 $Q = 7000 \text{ m}^3 / \text{hr} = 7000 \text{ m}^3 / 3600 \text{ sec} = 1.94 \text{ m}^3 / \text{sec}$

$$\text{則質量流率爲 } \dot{m} = \rho Q = (0.63)(1.94) = 1.22 \frac{\text{kg}}{\text{sec}}$$

(二) 又 $Q = AV = \frac{\pi D^2}{4} V$ 其中 $V = 20 \text{ km/hr} = 5.56 \text{ m/sec}$

$$\text{則 } 1.94 = 3.1416 D^2 (5.56) / 4$$

$$\text{得 } D = 0.67 \text{ m}$$

四、DBT建設公司宣稱其於日前完工的PXA大樓高度超過960公尺，為現今世界第一高樓。在無法明確量測建築物高度的情形下，擬採另法估算。已知在該大樓頂端量測所得之大氣壓力為718毫米汞柱，而平地上之大氣壓力則為760毫米汞柱，水銀密度則設為每立方公尺13600公斤。在忽略因高度所造成的空氣密度變化的前提下，考慮空氣密度為每立方公尺1.2公斤。請問，若依以上之假設進行計算，該建築之高度為何？（25分）

〔參考題解〕：

設建築物的高度為 h

$P_2=760\text{mmHg}=101330\text{ N/m}^2$ ，故 $P_1=718\text{mmHg} = 95730\text{ N/m}^2$

而 $P_1+\rho gh = P_2$

所以 $95730+(1.2)(9.8)h = 101330$

得 $h = 472.8\text{m}$

九
華