101 年專門職業及技術人員高等考試／水利技師／流體力學

一、【參考題解】

水平分力 $F_H = \square h_c A = \rho g h \frac{d}{2} d = \frac{\rho g h d^2}{2}$

垂直分力 $F_v = p_c A = \rho g (h-d) d = \frac{\rho g (h-d) d}{2}$

合力大小爲 $F = \sqrt{F_H{}^2 + F_V{}^2} = \frac{\rho g d \sqrt{d^2 + (h-d)^2}}{2}$

作用角 $\theta = \tan^{-1} \frac{F_V}{F_H} = \tan^{-1} \frac{h-d}{d}$ (↑)

而 $\nabla P = \rho g - \rho a$

$F = F_V + W = \frac{\rho g (h-d) d}{2} + \rho g \pi d^2 (\frac{h}{4} - \frac{d}{3})$

二、【參考題解】

(一)由 continuity eq 知 $V_0(by_0) = V_1(by_1)$ 則 $R_e = \frac{V_0}{V_1} = \frac{y_1}{y_0}$

(二) $P_0(y) = \frac{\rho V_0}{2}$ $P_1(y) = \frac{\rho V_1}{2}$

(三) 由 Bernoulli eq 知 $y_0 + \frac{V_0^2}{2g} = y_1 + \frac{V_1^2}{2g}$ 故 $(y_0 — y_1) = \frac{1}{2g}(V_1^2 - V_0^2)$ (1)

由 continuity eq $Q = V_0 b y_0 = V_1 b y_1$ 則 $V_0 = \frac{y_1}{y_0} V_1$ 代入(1)得 $V_1 = \sqrt{\frac{2g(y_0 - y_1)}{1 - (\frac{y_1}{y_0})^2}}$

(四) 由 momentum conservation eq 知 $\frac{\rho g y_0{}^2 b}{2} - \frac{\rho g y_1{}^2 b}{2} - F = \rho Q (V_1 - V_0)$

⇒ $F = \frac{\rho g b}{2}(y_0^2 - y_1^2) - \rho V_1 b y_1 (V_1 - V_0)$ (←)

$\frac{\rho g b}{2}(y_0^2 - y_1^2) \rangle \rho V_1 b y_1 (V_1 - V_0)$

三、【參考題解】

(一) 加速度 $\vec{a} = (\vec{V} \bullet \nabla)\vec{V} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = A^2(\vec{x} + \vec{y})$

(二) 因 $\nabla \bullet \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ 故爲 incompressible flow

(三) 因 $\nabla \bullet \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ 故 Ψ 存在，它適於 rotational flow 及 irrotational flow，但須爲 incompressible flow

(四) $\begin{cases} u = \dfrac{\partial \Psi}{\partial y} = Ax \\ v = \dfrac{-\partial \Psi}{\partial x} = -Ay \end{cases}$

積分之得 Ψ= Axy +C　　C 爲任意常數

(五) 因$\nabla \times \vec{V} = 0$　故 Φ 存在，它適於 compressible flow 及 incompressible flow，

但須爲 irrotational flow

(六) $\begin{cases} u = \dfrac{\partial \Phi}{\partial x} = Ax \\ v = \dfrac{-\partial \Phi}{\partial y} = -Ay \end{cases}$

積分之得 $\Phi = \dfrac{A}{2}(x^2 - y^2) + C$　　C 爲任意常數

(七) $P + \dfrac{\rho V^2}{2} = \dfrac{\rho}{2}\left(\left|Ax\vec{i} - Ay\vec{j}\right|\right) = \dfrac{\rho A}{2}\sqrt{x^2 - y^2}$

四、【參考題解】

P=9810 h=(5.5-4.9)(1000)

所以 h = 0.061m

W--F=ma

ρg(∀--hA) =ma

$mg - mh\dfrac{A}{V} = ma$

a= 9.8—9.8(0.061)(1000)

$a=9.74\ m/sec^2$