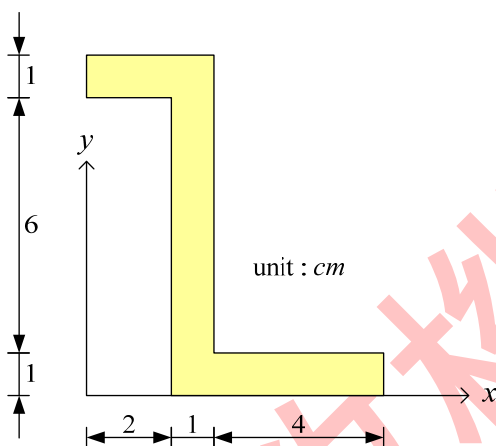


工程力學概要

一、求圖示斜線面積之形心座標。(25分)



【問題剖析】

- (1) 本題為求解不規則斷面之形心問題
- (2) 對於不規則斷面之形心問題，我們通常會將其『切割成適當的規則斷面』，分別求取各切割後斷面的形心位置，最後利用 $\bar{x} = \frac{\sum A_i x_i}{A_i}$ 與 $\bar{y} = \frac{\sum A_i y_i}{A_i}$ ，來獲得不規則斷面之形心位置

【解題思路】

- (1) 切斷斷面，求取各切割後斷面的形心位置
- (2) 利用 $\bar{x} = \frac{\sum A_i x_i}{A_i}$ 與 $\bar{y} = \frac{\sum A_i y_i}{A_i}$ 解得不規則斷面之形心位置

【參考解答】

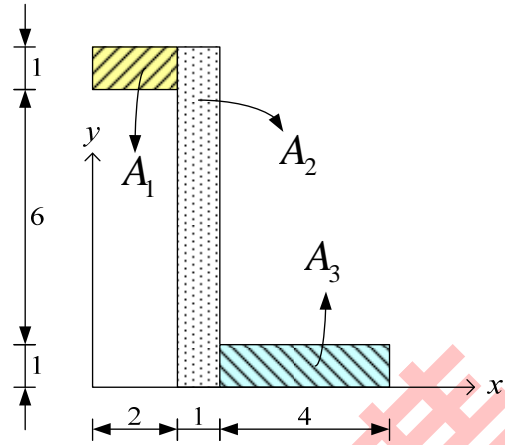
(1)

	A_i	x_i	y_i	$A_i x_i$	$A_i y_i$
區塊 1	$1 \times 2 = 2$	1	7.5	2	15
區塊 2	$8 \times 1 = 8$	2.5	4	20	32
區塊 3	$4 \times 1 = 4$	5	0.5	20	2
Σ	14			42	49

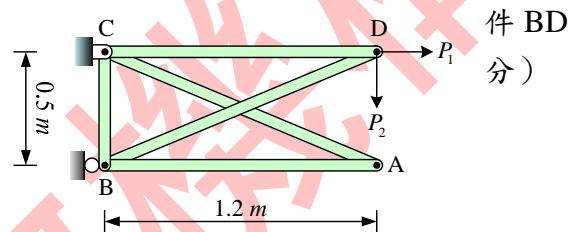
(2)

$$\bar{x} = \frac{\sum A_i x_i}{A_i} = \frac{42}{14} = 3$$

$$\bar{y} = \frac{\sum A_i y_i}{A_i} = \frac{49}{14} = 3.5$$



二、如圖所示桁架，B 為滾支承，C 為鉸支承，求桿和 CD 的受力， $P_1 = 240\text{ N}$ ， $P_2 = 100\text{ N}$ 。（25 分）



【問題剖析】

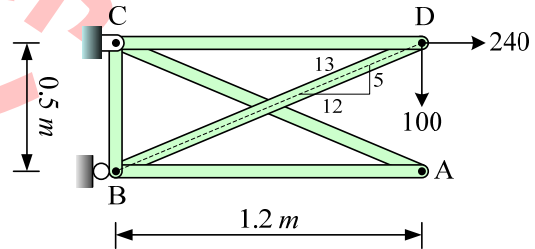
本題為靜定桁架求解內力問題，利用靜平衡方程式即可求解 BD 和 CD 的桿件內力

【參考解答】

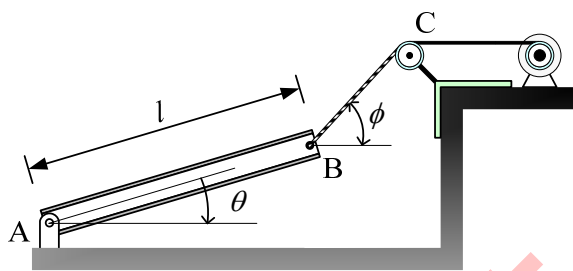
$$S_{BD} \times \frac{5}{13} = 100 \rightarrow S_{BD} = 260 \text{ (壓)}$$

$$S_{CD} = S_{BD} \times \frac{12}{13} + 240$$

$$= 260 \times \frac{12}{13} + 240 \rightarrow S_{CD} = 480 \text{ (拉)}$$



三、如圖所示，一均勻梁長 l 為 10 m，每 m 長度梁重為 10 kN，梁之 A 端為鉸支承，B 端由纜繩 BC 所支承，若該梁於圖上所示之位置達靜平衡時，試求在 A 點之反力（含水平與垂直分量）及纜繩之張力，答案請用 ϕ 及 θ 之示之，並分析圖上之 $\phi = \theta$ 時，該梁維持平衡之可能性，說明其理由。（25 分）



置達靜
垂直分
函數表
持靜平

【問題剖析】

- (1) 本題為一複合靜定結構，主要想測試考生對靜平衡方程式的觀念是否清楚
- (2) AB 桿件的重量方向一定是垂直向下(重力方向一定垂直向下)

【解題思路】

- (1) 切開如圖所示之自由體圖，繪出作用在桿件上的所有力量
- (2) 該自由體必須滿足 $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M_A = 0$
- (3) 利用上述條件來求解 A 點反力
- (4) 解出 A 點反力後，針對 A 點的反力函數來討論 $\phi = \theta$ 時，該梁維持靜平衡之可能性

【參考解答】

由圖上知當 $\theta = \phi$ 時，若對 A 點取力矩平衡，將沒有外力跟 W 形成之力矩平衡

$$W = 10 \times 10 = 100 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0$$

$$W \times 5 \cdot \cos \theta + T_B \cdot \cos \phi \times 10 \sin \theta = T_B \cdot \sin \phi \cdot 10 \cos \theta$$

$$\rightarrow 500 \cos \theta = 10T_B [\sin \phi \cos \theta - \cos \phi \sin \theta]$$

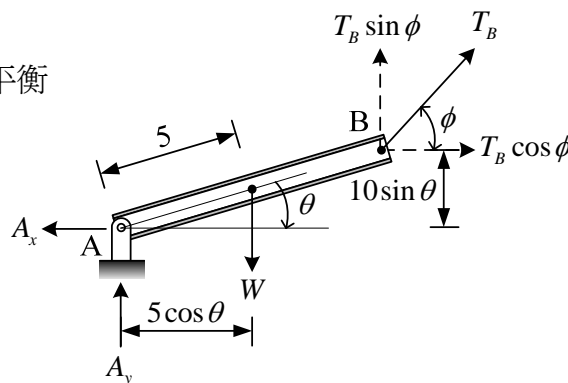
$$\therefore T_B = \frac{50 \cos \theta}{\sin(\phi - \theta)}$$

$$\therefore \sum F_x = 0 \rightarrow A_x = T_B \cos \phi = \frac{50 \cos \phi \cos \theta}{\sin(\phi - \theta)}$$

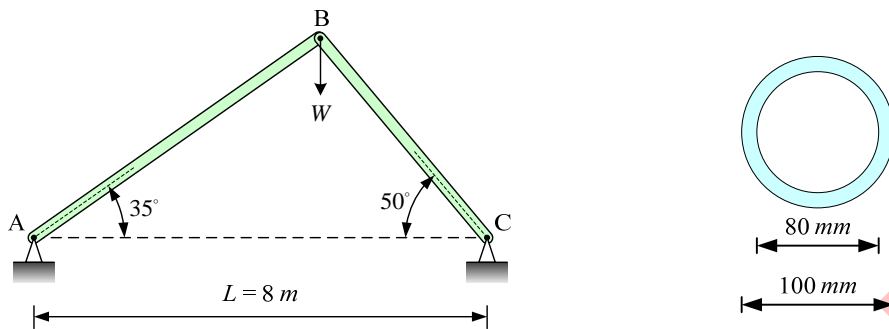
$$\therefore \sum F_y = 0 \rightarrow A_y = W - T_B \sin \phi = 100 - \frac{50 \cos \theta \cos \phi}{\sin(\phi - \theta)}$$

$$\phi = \theta \rightarrow \sin(\phi - \theta) = 0$$

$\therefore T_B \rightarrow \infty$ 才會平衡，故 $\phi = \theta$ ，不會平衡



四、桁架 ABC 用以支撐在 B 點的載重 W ，桿件 AB 及 BC 皆為外徑 $d_2 = 100 \text{ mm}$ ，內徑 $d_1 = 80 \text{ mm}$ 之空心圓桿，楊氏模數皆為 $E = 200 \text{ GPa}$ 。求臨界載重 W_{cr} 。(25 分)



【問題剖析】

(1) 本題為軸力桿件之挫曲問題

(2) $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2}$ ，本題兩端皆為鉸接，故 $k=1$

【解題思路】

(1) 以三力平衡必共點的特性，配合正弦定律解得各桿件內力

(2) 代入 $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2}$ 解得 P_{cr}

【參考解答】

(1)

$$\frac{8}{\sin 95^\circ} = \frac{L_{AB}}{\sin 50^\circ} = \frac{L_{BC}}{\sin 35^\circ}$$

$$L_{AB} = \frac{8}{\sin 95^\circ} \times \sin 50^\circ = 6.1517 \text{ m}$$

$$L_{BC} = \frac{8}{\sin 95^\circ} \times \sin 35^\circ = 4.6061 \text{ m}$$

$$I = \frac{1}{64} \pi [100^4 - 80^4] = 2898119 \text{ mm}^4$$

(2)

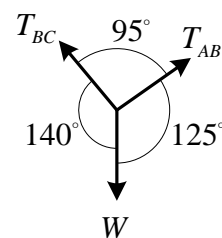
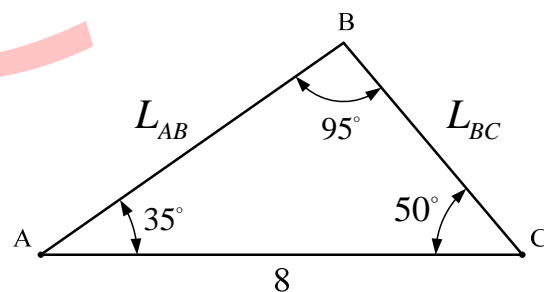
$$\frac{W}{\sin 95^\circ} = \frac{T_{AB}}{\sin 140^\circ} = \frac{T_{BC}}{\sin 125^\circ}$$

$$\therefore T_{AB} = 0.6452W$$

$$T_{BC} = 0.8223W \leftarrow \text{control}$$

$$AB : P_{cr} = 0.6452W = \frac{\pi^2 EI}{L_{AB}^2} = \frac{\pi^2 \times 200 \times 2898119}{(6.1517 \times 10^3)^2} \Rightarrow W = 234.29 \text{ kN} \leftarrow \text{control}$$

$$BC : P_{cr} = 0.8223W = \frac{\pi^2 EI}{L_{BC}^2} = \frac{\pi^2 \times 200 \times 2898119}{(4.6061 \times 10^3)^2} \Rightarrow W = 327.91 \text{ kN}$$



【小技巧】

在求解靜定桁架結構之桿件內力時，一般均以『結點的靜平衡方程式 $\Sigma F_x = 0$ ， $\Sigma F_y = 0$ 』來求解；以本題來說，若利用上述方法求解，則必須求解聯立方程式(這種算法亦可)。本題採用了另一種解法，選擇『以正弦定律直接比出桿件內力』，免去求解聯立方程式繁雜計算過程。

九華文教機構