

類 科：水利工程

科 目：水資源工程學

考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、請回答下列問題：(每小題5分，共20分)

(一)抽蓄式發電 (pumped storage)

(二)平壓塔 (surge tank)

(三)囚砂率 (trap efficiency)

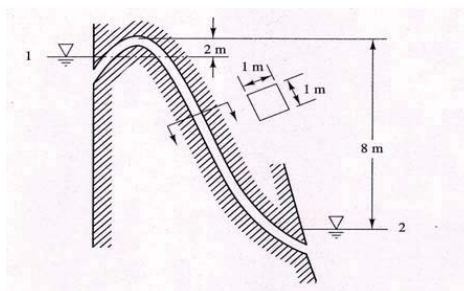
(四)洪水平原 (flood plain)

二、已知某一擬興建水庫位置處各月份之平均天然流量，皿 (Pan) 蒸發量及降雨量如下表所示。建水庫前已登記之水權要求釋出量為每月之天然流量或每月  $0.5 \times 10^6 \text{ m}^3$  兩者中之較小者，此外預估之月平均需求量皆為  $3.0 \times 10^6 \text{ m}^3$ 。假設地面逕流係數 (Runoff coefficient) 為 0.4，皿蒸發係數為 0.7 (忽略水庫之滲漏量)，試求(一)所需之水庫容量；(15分)(二)若水庫開始運轉後第一年合計有多少水量自溢洪道溢流。(5分)

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
天然流量 ( $10^6 \text{ m}^3$ )	7.8	7.1	8.4	3.5	1.5	0.5	0.2	5.0	6.9	7.3	1.7	0.2
降雨量 ( $10^6 \text{ m}^3$ )	1.85	1.56	0.8	0.7	0.5	0.3	0.04	1.25	2.0	2.1	0	0.04
皿蒸發量 ( $10^6 \text{ m}^3$ )	0.8	0.9	1.0	1.1	1.5	1.6	2.6	2.5	2.2	2.0	1.0	0.5

三、某一低窪地區面積為 200 ha，因雨常積水，已知該地區 5 日之總降雨量為 380 mm，逕流係數為 0.75，且需於 3 日內加以排除，試問該地區之排水容量？今若擬用一台抽水機加以排除，若其計劃抽水水位與出水水位高差為 15 m，吸水管總長為 20 m，管直徑 1000 mm，吸入口、底閘、彎管、直管、出水口之損失係數分別為 0.06、1.5、0.0816、0.043、1.0，抽水機效率、齒輪傳動效率及餘裕率亦分別為 0.79、0.96 及 0.15，試求該抽水機所需總揚程及所需動力 HP (Required horse power)？(20分)

四、有一矩形虹吸 (rectangular siphon) 溢洪道如下圖所示，斷面積為  $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ ，總長度 40 m，由入口至管頂 (crown) 長 10 m，入口損失係數 = 0.2、摩擦係數  $f = 0.025$ ，管頂之彎曲損失係數為 0.7，出口損失係數 1.0，試計算虹吸管之流量  $Q$  及管頂處管內之壓力水頭？(20分)



(請接背面)

類 科：水利工程

科 目：水資源工程學

- 五、有一河岸常發生容量為  $500 \text{ m}^3/\text{sec}$  之間歇性洪水，為減免該地區之淹水災害，擬藉內面工及截彎取直方式以增加其防洪容量 ( $Q$ )，此所增加之防洪容量 ( $Q$ ) 所需之年平均費用 ( $C$ ) 及年平均效益 ( $B$ ) 如下式所示：

$$C = 120Q - (500 + 4Q^2)$$

$$B = 180Q - (750 + 6Q^2)$$

式中： $C$ (1000 元)， $B$ (1000 元)， $Q$ ( $10 \text{ m}^3/\text{sec}$ )，上述數學式適用於  $100 \text{ m}^3/\text{sec} \sim 300 \text{ m}^3/\text{sec}$  範圍內，試以最大淨效益法求其所須之最佳增加容量 ( $\text{m}^3/\text{sec}$ ) 及經濟效益 (元)？  
(20 分)

# 104 年公務人員高考考試三級試題／水利高考／水資源工程

## 一、【參考題解】

- (一)抽蓄式發電供應尖峰負載，但在離峰時間則從尾水池抽水到頭水池供以使用。
- (二)平壓塔設於壓力隧道與壓力水管之間，或設於壓力水管之中途。當電力負載驟減時，調速器適當調節關閉水輪機導葉，此時產生水錘現象，管壁遭受巨大壓力，壓力波傳入壓力水管再至平壓塔，水壓力因而降低，同時壓力隧道內之水流因慣性不能立刻減低速度，水因而流入平壓塔，使塔內水位上升。
- (三)囚砂率係入流沉滓存在水庫中的百分率，乃是水庫容量對總入流量之比值的函數。
- (四)洪水平原乃指一被河川切割，其鄰近土地在高水位時易遭淹水之河谷平原。

## 二、【參考題解】

本題以尖峰序列法計算。

1. 計算各月份入流量  $Q = \text{天然流量} + \text{降雨量} \times 0.4 - \text{皿蒸發量} \times 0.7$
2. 計算各月份需求量  $D = \text{釋出每月之天量流量或每月 } 0.5 \times 10^6 m^3 + \text{平均需求量}$
3. 由下表可知， $\Sigma(Q-D)$ 最大值及最小值分別為 12.59 及 0.45，故可設計水庫容量為  $12.59 - 0.45 = 12.14 \times 10^6 m^3$
4. 由下表可知，溢流量為  $0.45 \times 10^6 m^3$

月份	Q	D	Q-D	$\Sigma(Q-D)$	S 蓄水量	O 溢流量
1	7.98	3.50	4.48	4.48	4.48	0.00
2	7.09	3.50	3.59	8.07	8.07	0.00
3	8.02	3.50	4.52	12.59	12.14	0.45
4	3.01	3.50	-0.49	12.10	11.65	0.00
5	0.65	3.50	-2.85	9.25	8.80	0.00
6	-0.50	3.50	-4.00	5.25	4.80	0.00
7	-1.60	3.20	-4.80	0.45	0.00	0.00
8	3.75	3.50	0.25	0.70	0.25	0.00
9	6.16	3.50	2.66	3.36	2.91	0.00
10	6.74	3.50	3.24	6.60	6.15	0.00
11	1.00	3.50	-2.50	4.10	3.65	0.00
12	-0.13	3.20	-3.33	0.77	0.32	0.00

## 三、【參考題解】

- (一)由題目知，當地地表逕流蓄積量為  $= 0.75 \times 380 \times 200 \times 10 = 570000 m^3$   
且需於 3 日內加以排除，故排水容量  $Q = 570000 / 3 \text{ day} = 2.20 m^3/s$
- (二)由題目知，管直徑為 1000mm，故設計流速為  $V = Q/A = 2.20 / 0.79 = 2.80 m/s$   
依據白努力定律知

$$z_1 + h_p = z_2 + \frac{V^2}{2g} + h_l \rightarrow 0 + h_p = 15 + (1 + 0.06 + 1.5 + 0.0816 + 0.043 + 1) \frac{V^2}{2g}$$

$$\rightarrow h_p = 16.47m$$

$$\text{故該抽水機所需總揚程 } h_T = \frac{16.47 \times (1 + 0.15)}{0.79 \times 0.96} = 24.98m$$

#### 四、【參考題解】

##### (一)虹吸之流量

$$1. \text{ 由題目知，管之水力直徑 } D = 4R = 4 \times \frac{A}{P} = 4 \times \frac{1}{4} = 1m$$

$$2. \text{ 由白努力定律知 } z_1 = z_2 + \frac{V^2}{2g} + h_l \rightarrow 6 = \left( 1 + 0.025 \frac{40}{1} + 0.7 + 0.2 + 1 \right) \frac{V^2}{2g}$$

(題目與圖說有誤，以圖說為準)

$$\text{故可知管內流速 } V = 5.49m/s, \text{ 流量為 } Q = 5.49m^3/s$$

##### (二)管頂處管內之壓力水頭

$$z_1 = z_2 + h_p + \frac{V^2}{2g} + h_l \rightarrow 6 = 8 + (1 + 0.7 + 0.2) \frac{V^2}{2g} + h_p \rightarrow h_p = -4.92m$$

#### 五、【參考題解】

本題使用最大淨效益法  $MAX(B - C) = 60Q - 250 - 2Q^2$

$$\frac{d(B - C)}{dQ} = -4Q + 60 = 0 \Rightarrow Q = 15 \times 10^3 m^3/s, \text{ 符合題目給定 } 100 \sim 300 m^3/s \text{ 範圍}$$

最佳增加容量為  $150 m^3/s$ ，經濟效益 =  $60 \times 15 - 250 - 2 \times 15 \times 15 = 200$  千元

類 科：水利工程、機械工程

科 目：流體力學

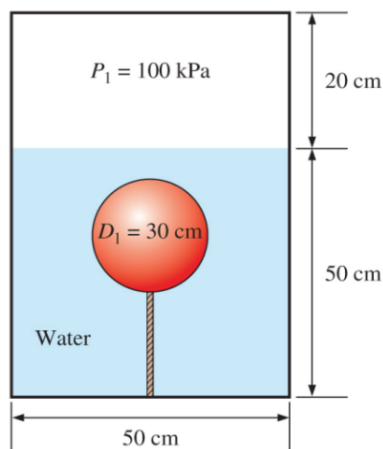
考試時間：2 小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

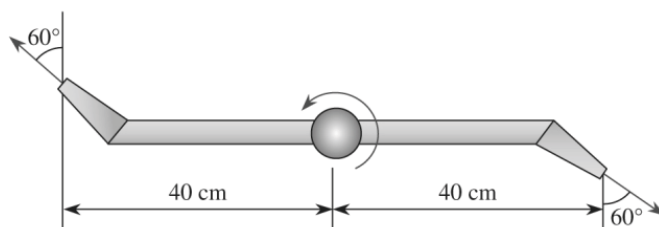
- 一、一空心圓球初始直徑  $D_1=30$  cm，繫於一裝有水的容器底部（如圖一所示）。容器內的空氣壓力若由初始壓力  $P_1=100$  kPa 逐漸地增加到 400 kPa，此時作用在繫纜繩上的力量會變為多少？假設空氣壓力  $P$  和圓球直徑  $D$  的關係為  $P = CD^{-2}$ ， $C$  為一常數，圓球和空氣的重量可忽略不計，水的密度視為常數 ( $1000$  kg/m<sup>3</sup>)，重力加速度為  $9.81$  m/s<sup>2</sup>。(20 分)



圖一

- 二、一兩臂式旋轉灑水器（如圖二所示），兩旋轉臂之幾何尺寸完全相同且均在同一水平面上。10 l/s 流量的水由轉軸下方水管進入，經由兩側旋轉臂之噴嘴（噴嘴直徑 1.2 cm）噴出，不考慮任何摩擦，試求：（每小題 10 分，共 20 分）

- (一)灑水器轉速每分鐘多少轉 (rpm)？  
(二)要施多少力矩 (torque) 才能阻止其轉動？



圖二

(請接背面)

類 科：水利工程、機械工程  
科 目：流體力學

三、給定流場之速度向量分布為  $\vec{V} = (0.66 + 2.1x)\vec{i} + (-2.7 - 2.1y)\vec{j}$

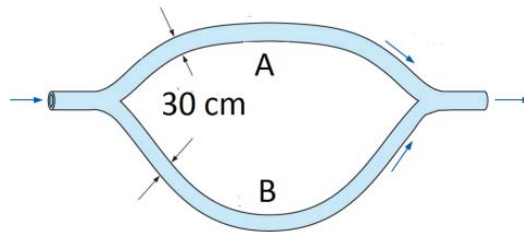
(一)是否為不可壓縮流？(3分)

(二)試求出流場中停滯點 (stagnation point) 的位置？(3分)

(三)試求出流場中加速度向量  $\vec{a}$  的分布狀況。(4分)

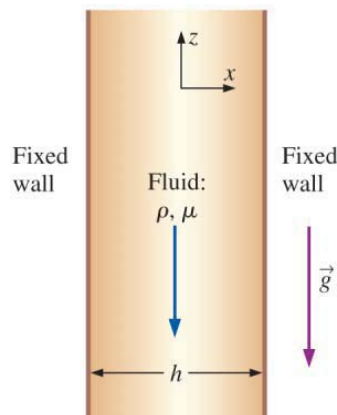
(四)求出此速度場之流線方程式。(10分)

四、一供水並聯管路系統如圖三所示，管路 A 和 B 之管徑均為 30 cm，管路 A 之長度為 1500 m，管路 B 之長度為 2500 m，兩管內流況均為完全紊流 (fully turbulent flow)，假設兩管內之摩擦因子  $f$  (friction factor) 相同，若管路 A 之流量為  $0.4 \text{ m}^3/\text{s}$ ，試求管路 B 之流量為何？(20分)



圖三

五、假設穩態 (steady) 及不可壓縮 (incompressible) 的黏性液體在兩無限長的垂直板間平行流動如圖四所示，其流況為層流 (laminar flow)，兩板間距為  $h$ ，重力加速度  $\vec{g}$  之方向為卡氏座標之負  $z$  方向，液體流動純粹由重力驅動，無任何外力作用，且流場內壓力為常數，試以 Navier-Stokes 方程式  $\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = -\nabla p + \rho\vec{g} + \mu\nabla^2\vec{u}$  求得此流場內的速度分布。(20分)



圖四

一、【參考題解】

1.  $P = CD^{-2} \Rightarrow 100 = C \times 30^{-2} \Rightarrow C = 90000$

2. 當  $P = 400$  kPa 時,  $P = CD^{-2} \Rightarrow 400 = 90000 \times D^{-2} \Rightarrow D = 15\text{cm}$

3. 故圓球浮力  $F = V \times \rho g \Rightarrow F = \frac{4}{3} \pi \left( \frac{15}{2 \times 100} \right)^3 \times 1000 \times 9.81 = 17.34\text{N}$

二、【參考題解】

(一)1. 由質量守恆定律求出水管噴出速度為  $V$

$$Q = AV \Rightarrow \frac{10 \times 1000}{2} = \pi \left( \frac{1.2}{2} \right)^2 V \Rightarrow V = 4420.97 \text{ cm/s}$$

2. 可知切線速度  $V_T = V \times \cos 60^\circ = 2210.49 \text{ cm/s}$

3. 故灑水器轉速  $V_T = \frac{R \times 2 \times \pi \times 40}{60} \Rightarrow R = 527.71 \text{ rpm}$

(二)1. 由動量方程式知

$$F = \rho A_T V_T^2 \Rightarrow F = \frac{1000}{9.81} \times \left[ \pi \left( \frac{1.2}{2 \times 100} \right)^2 \times \cos 60^\circ \right] \times \left( \frac{2210.49}{100} \right)^2 = 2.82 \text{ kg}$$

2. 故力矩  $T = F \times 0.8 = 2.25 \text{ kg-m}$

三、【參考題解】

(一)是否為不可壓縮流

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial(0.66 + 2.1x)}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial(-2.7 - 2.1y)}{\partial y} \vec{j} = 0$$

故為不可壓縮流

(二)流場中停滯點

$$V_x = 0.66 + 2.1x = 0 \Rightarrow x = -0.31$$

$$V_y = -2.7 - 2.1y = 0 \Rightarrow y = -1.29$$

(三)  $\vec{a} = \frac{D\vec{V}}{DT} = (\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V} + \frac{\partial\vec{V}}{\partial t} \rightarrow \vec{a} = V_x \frac{\partial\vec{V}}{\partial x} + V_y \frac{\partial\vec{V}}{\partial y} + \frac{\partial\vec{V}}{\partial t}$

$$\vec{a} = (1.386 + 4.41x)\vec{i} + (5.67 + 4.41y)\vec{j}$$

(四)  $u = \frac{\partial\psi}{\partial y} \rightarrow \psi = 0.66y + 2.1xy + \psi_1(x, y)$

$$v = -\frac{\partial\psi}{\partial x} \rightarrow \psi = 2.7x + 2.1xy + \psi_2(x, y)$$

$$\rightarrow \psi = 2.7x + 0.66y + 2.1xy + const.$$

四、【參考題解】

1. 求管路 A 之流速  $V_a = \frac{Q_a}{A_a} = \frac{0.4}{\pi \left(\frac{0.3}{2}\right)^2} = 5.66 \text{ m/s}$

2. 由 Darcy-weisbach 公式知，A、B 管路水頭損失應一致

$$H_l = f \frac{0.3}{1500} \frac{V_a^2}{2g} = f \frac{0.3}{2500} \frac{V_b^2}{2g} \Rightarrow V_b = 7.31 \text{ m/s}$$

3. 求管路 A 之流量  $Q_b = V_b \times A_b = 7.31 \times \pi \left(\frac{0.3}{2}\right)^2 = 0.52 \text{ m}^3/\text{s}$

五、【參考題解】

1. 邊界條件

$$x=0, w=0$$

$$x=h, w=0$$

2. Navier-stokes

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g + \mu \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \right]$$

$$\rightarrow \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{\rho g}{\mu} \rightarrow w = \frac{\rho g}{2\mu} x^2 + c_1 x + c_2$$

代入邊界條件可得速度分佈

$$w = \frac{\rho g}{2\mu} x^2 - \frac{\rho g}{2\mu} hx$$

類 科：水利工程

科 目：水資源工程概要

考試時間：1 小時 30 分

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、請回答下列問題：（每小題 10 分，共 20 分）

- (一)請說明最大可能降水量 (Probable Maximum Precipitation, PMP) 及降雨強度-延時-頻率曲線 (Rainfall Intensity-Duration-Frequency Curve, IDF) 之定義，其於水資源工程設計之應用？
- (二)溢流溢洪道 (Overflow Spillway) 及豎井溢洪道 (Shaft Spillway) 之使用時機及特性。

二、已知某一水庫之囚砂效率為  $y$ ，水庫容積  $C$  ( $m^3$ ) 與水庫年入流量  $I$  ( $m^3$ ) 之比值為  $X$ ，且兩者之關係式為  $y = 1.0 + 0.1 \ln X$ ，假設水庫之年入流量為水庫設計容積之 20 倍，且年泥沙進入量為水庫設計容積之 1%，在不實施清淤之情境下，試求：(一)經過 30 年完工運轉，該水庫容量為何？(10 分) (二)經過完工運轉多少年後該水庫容積為原來設計容積之半？(10 分)

三、已知某一農場灌溉面積 100 ha，田間容水量為 25% (容積比)，灌溉前之土壤水分為 13% (容積比)，作物有效根系深度為 1.5 m，今該農場降下一場雨，其有效雨量適可供給上層 20 cm 土層有效深度之水量，不足之有效水分將以灌溉方式補足，試問：（每小題 10 分，共 20 分）

- (一)若田間之灌溉效率為 60%，且此灌溉事件需於 5 天完成，每天為 24 小時，則其引灌水量為多少 ( $m^3/sec$ )？
- (二)今以最佳水力斷面觀點設計一灌溉水路，以滿足農場之灌溉需求，已知糙率  $n = 0.014$ ，側坡  $z = 1.0$  (垂直：水平)，坡降  $s = 1/2000$ ，試求通水斷面之底寬  $b$  及水深  $d$  為何？

四、有一易淹水區，已知不同重現期距  $T$  (return period) 下之設計水位如下表所示，有一農民擬於該區設置一農舍，試求農舍於 6 年之使用期間容許風險 (risk) 分別為 10%、20%及 30%時，其所需之設計洪水位高程 (m) 為何？(20 分)

重現期距 (return period) $T$ (年)	100	50	25	10
設計水位 (m)	122.0	120.2	119.2	118.5

五、已知某地區 30 年平均流量及標準差分別為  $\bar{X} = 800 m^3/sec$ ， $\sigma = 120 m^3/sec$ ，試求：

- (一)  $X = 1120 m^3/sec$  時之重現期距？(6 分)
- (二) 在 25 年內，發生不超過  $X = 1120 m^3/sec$  之機率？(6 分)
- (三) 在 2 年內， $P \leq 19\%$  求設計流量  $Q$  ( $m^3/sec$ )？(8 分)

# 104 年公務人員普通考試試題／水利普考／水資源工程

## 一、【參考題解】

(一)PMP：某地區在已有的氣象條件下，於固定面積、固定延時下，可能發生無法超越的最大降水量，稱為可能最大降水量

IDF：水資源規劃與設計時，常以機率的觀念來加以評估，以保障其安全性。除了需要研究降雨強度與延時之間的關係外，還需考慮某一降雨延時與強度的雨，平均多少年會發生一次。這種由降雨延時、強度與頻率三種變數所畫出的關係圖，稱為降雨強度-延時-頻率曲線。

(二)

溢流溢洪道：可廣泛使用於重力壩、拱壩、扶壁壩，有些土壩也可以(但要有混凝土重力斷面，常與混凝土重力壩建為一體。

豎井溢洪道：水由一豎井進入，進而流經一穿越壩體或基礎之水平管路排水，當無足夠空間建其它型式溢洪道時適用。

## 二、【參考題解】

假設水庫設計容量 C 為 100 單位，故年入流量 I 為 5 單位。

年區間	期初容量	I	X	y	年總沈澱量	期末容量
1-10	100.00	5	0.05	0.700	7.00	93.00
11-20	93.00	5	0.05	0.708	6.58	86.41
21-30	86.41	5	0.06	0.715	6.19	80.24
31-40	80.24	5	0.06	0.722	5.80	74.44
41-50	74.44	5	0.07	0.730	5.43	69.01
51-60	69.01	5	0.07	0.738	5.09	63.92
61-70	63.92	5	0.08	0.745	4.76	59.15
71-80	59.15	5	0.08	0.753	4.45	54.70
81-90	54.70	5	0.09	0.761	4.16	50.54
91-100	50.54	5	0.10	0.769	3.88	46.65

(一)由上表可知，30 年完工運轉第 30 年期末為原設計容量之 80.24%。

(二)由上表可知，經過完工運轉後該水庫容積為原來設計容積之一半約在 91 至 100 年區間，經內差得知約為 92 年。

## 三、【參考題解】

不足之有效水分深度  $D = 1.5 - 1.5 \times (25\% + 13\%) - 0.2 = 0.73m$

(一)若田間之灌溉效率為 60%，且此灌溉事件需於 5 天完成，灌溉引需水量

$$Q = \frac{0.73 \times 100 \times 100^2}{5 \times 86400} \times \frac{1}{0.6} = 2.82 m^3/sec$$

(二)依梯形最佳水力斷面設計

$$\text{底寬 } b = 2d \tan \frac{45^\circ}{2} = 0.828d$$

$$\text{水面寬 } T = 0.828d + 2d = 2.828d$$

$$\text{水力半徑 } R = d/2$$

$$\text{斷面積 } A = 0.5 \times (b + T) = 1.828d^2$$

$$\text{曼寧公式 } Q = \frac{1}{n} AR^{\frac{2}{3}} s^{\frac{1}{2}} \rightarrow 2.82 = \frac{1}{0.014} \times 1.828d^2 \times \left(\frac{d}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{1}{2000}\right)^{0.5}$$

$$\rightarrow d = 1.17\text{m (水深)}, \text{底寬 } b = 0.828d = 0.97\text{m}$$

#### 四、【參考題解】

$$\text{風險為 } R = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n$$

$$R = 10\% = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^6 \rightarrow T = 57.45 \text{ 年} \rightarrow \text{經內差得之設計洪水位為 } 120.47\text{m}$$

$$R = 20\% = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^6 \rightarrow T = 27.39 \text{ 年} \rightarrow \text{經內差得之設計洪水位為 } 119.30\text{m}$$

$$R = 30\% = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^6 \rightarrow T = 17.33 \text{ 年} \rightarrow \text{經內差得之設計洪水位為 } 118.84\text{m}$$

#### 五、【參考題解】

題目未給定本地區水文情況為何分佈，一般河川最大洪水量常用對數常態分佈、皮爾遜第三型分佈、對數皮爾遜第三型分佈及極端值一型分佈。依題目給定參數及內容，假設本地區為極端值一型分佈。

(一)  $X = 1120 \text{ m}^3/\text{sec}$  時之頻率因子  $K_T$  為

$$X = \bar{X} + K_T \times \sigma \rightarrow K_T = (1120 - 800)/120 = 2.67$$

$$K_T = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \left[ 0.5772 + \ln\left(\ln \frac{T}{T-1}\right) \right] \rightarrow T = 54.95 \text{ 年}$$

$$(二) P(X \leq 1120) = \left(1 - \frac{1}{54.95}\right)^{25} = 63.18\%$$

$$(三) P(X \leq Q) = \left(1 - \frac{1}{T}\right)^2 = 19\% \rightarrow T = 1.77 \text{ 年}$$

$$K_T = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \left[ 0.5772 + \ln\left(\ln \frac{T}{T-1}\right) \right] \rightarrow K_T = -0.31$$

$$X = \bar{X} + K_T \times \sigma = 800 - 0.31 \times 120 = 762.8 \text{ m}^3/\text{sec}$$

類 科：水利工程、環境工程

科 目：流體力學概要

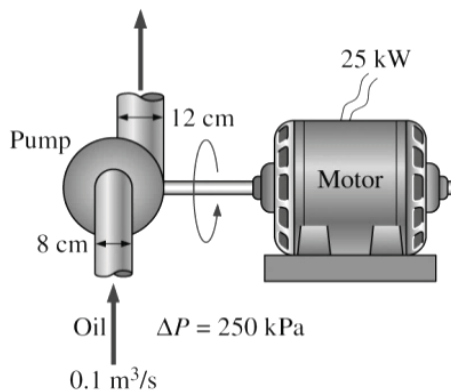
考試時間：1 小時 30 分

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)可以使用電子計算器。

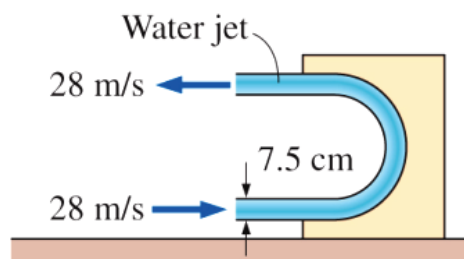
(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

- 一、(一)球形肥皂泡，其半徑為  $R$ ，考慮表面張力  $\sigma_s$  時，試求肥皂泡內（內壓力 =  $P_i$ ）外（外壓力 =  $P_o$ ）之空氣壓力差與表面張力  $\sigma_s$  的關係。（10 分）
- (二)一球形水珠，其半徑為  $R$ ，若考慮表面張力  $\sigma_s$  時，試求水珠內（內壓力 =  $P_i$ ）外（外壓力 =  $P_o$ ）之壓力差與表面張力  $\sigma_s$  的關係。（10 分）
- 二、一馬達供給油泵 25 kW 電力抽油（如圖一所示），馬達效率為 0.9，輸油流量為  $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ ，油泵入口及出口截面直徑分別為 8 cm 及 12 cm，如果出入口壓力差為 250 kPa，假設沒有管路損耗，動能修正因子（kinetic correction factor）為 1.05，試求油泵的機械效率（mechanical efficiency）。（油密度為  $860 \text{ kg/m}^3$ ，重力加速度為  $9.81 \text{ m/s}^2$ ）（20 分）



圖一

- 三、一直徑 7.5 cm 的水平噴射水柱衝擊一曲面滑塊，水柱水平衝擊速度為 28 m/s（如圖二所示）。不考慮滑塊與平面之摩擦，需多少力作用在滑塊上才能阻止滑塊移動？假設動量修正因子（momentum correction factor）為 1。（水密度為  $1000 \text{ kg/m}^3$ ，重力加速度為  $9.81 \text{ m/s}^2$ ）（20 分）



圖二

(請接背面)

類 科：水利工程、環境工程  
科 目：流體力學概要

四、一直徑  $D$  的螺槳以角速度  $\omega$  在密度  $\rho$  及黏性為  $\mu$  的液體中轉動。轉動所需之力矩 (torque)  $T$  會因  $D$ 、 $\omega$ 、 $\rho$  及  $\mu$  的改變而不同，請以重覆變數法 (method of repeating variables) 推導出力矩  $T$  與其他參數之無因次關係 (dimensionless relationship)。假設  $\rho$ 、 $\omega$  和  $D$  為重覆參數。(20 分)

五、密度為  $1.1683 \text{ kg/m}^3$  的加熱空氣，其黏性為  $1.918 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$ ，在一長 40 m 矩形管內以  $0.5 \text{ m}^3/\text{s}$  之流量流動，矩形管之截面尺寸為  $0.2 \text{ m} \times 0.3 \text{ m}$ ，試求(一)管內的雷諾數 (Re)？(10 分)(二)若此時管內之摩擦因子  $f$  (friction factor) 為 0.01833，則管內的壓力降 (pressure drop) 為何？註：水動力直徑 (hydraulic diameter)  $D_h = \frac{4A_c}{p}$ ，其中  $A_c$  為矩形管截面積， $p$  為橫截面周長。(10 分)

一、【參考題解】

(一)球形肥皂，表面張力為一環形

$$P_i - P_o = \sigma_s \times 2 \times \pi \times R \rightarrow \sigma_s = \frac{P_i - P_o}{2\pi R}$$

(二)球形水珠，表面張力為一平面

$$P_i - P_o = \sigma_s \pi \times R^2 \rightarrow \sigma_s = \frac{P_i - P_o}{\pi R^2}$$

二、【參考題解】

1. 馬達輸入水頭  $w = \frac{25 \times 1000}{0.1 \times 860 \times 9.81} = 29.63 \text{ m}$

2. 輸入端流速  $V_i = \frac{0.1}{\pi \left( \frac{8}{100 \times 2} \right)^2} = 19.89 \text{ m/s}$

輸入端流速  $V_o = \frac{0.1}{\pi \left( \frac{12}{100 \times 2} \right)^2} = 8.84 \text{ m/s}$

3. 由白努力公式知，損失水頭  $h_l$

$$\frac{P_i}{\rho g} + \frac{\alpha V_i^2}{2g} + w = \frac{P_o}{\rho g} + \frac{\alpha V_o^2}{2g} + h_l \rightarrow \frac{250 \times 1000}{\rho g} + 1.05 \frac{19.89^2 - 8.84^2}{2g} + 0.9 \times 29.63 = h_l$$

$\rightarrow h_l = 10.30 \text{ m}$

4. 故油泵機械效率  $\eta = \frac{(29.63 - 10.3)}{29.63} \times 100\% = 65.23\%$

三、【參考題解】

由動量方程式知

$$F = \rho A_i V_i^2 + \rho A_o V_o^2 \rightarrow F = \rho A (V_i^2 + V_o^2) \rightarrow F = \rho \pi \left( \frac{7.5}{100 \times 2} \right)^2 (28^2 + 28^2) = 6.93 \text{ KN}$$

四、【參考題解】

1. 依題目給定如下

$$\rho \sim \frac{M}{L^3} \quad \omega \sim \frac{1}{T} \quad D \sim L \quad \mu \sim \frac{M}{L \cdot T} \quad T \sim \frac{ML^2}{T^2}$$

故有因次變數之個數為 5 個

2. 觀察各變數量之基本因次個數為 3 個，故由  $\pi$  定理可知其無因次變數之個數為 2 個

3. 由題目給定重覆變數為  $\rho$ 、 $\omega$ 、 $D$

4. 利用  $\pi$  定理得

(1)  $\pi_1 = \rho^a \omega^b D^c T$ ，因為無因次參數，故因次型式可表示為

$$M^0 L^0 T^0 = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a \left(\frac{1}{T}\right)^b (L)^c \left(\frac{ML^2}{T^2}\right)$$

由因次的齊次性可知

$$M: 0 = a + 1 \quad a = -1$$

$$L: 0 = -3a + c + 2 \rightarrow b = 1$$

$$T: 0 = -3a - b - 2 \quad c = -5$$

$$\text{故可知 } \pi_1 = \frac{T\omega}{\rho D^5}$$

(2)  $\pi_2 = \rho^a \omega^b D^c \mu$ ，因為無因次參數，故因次型式可表示為

$$M^0 L^0 T^0 = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a \left(\frac{1}{T}\right)^b (L)^c \left(\frac{M}{LT}\right)$$

由因次的齊次性可知

$$M: 0 = a + 1 \quad a = -1$$

$$L: 0 = -3a + c - 2 \rightarrow b = 2$$

$$T: 0 = -3a - b - 1 \quad c = -1$$

$$\text{故可知 } \pi_2 = \frac{\mu\omega^2}{\rho D}$$

$$\text{可得無因次參數式為 } \frac{T\omega}{\rho D^5} = f\left(\frac{\mu\omega^2}{\rho D}\right)$$

## 五、【參考題解】

(一)雷諾數

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{1.1683 \times \left(\frac{0.5}{0.2 \times 0.3}\right) \times 40}{1.918 \times 10^{-5}} = 20304136$$

(二)由 Darcy-weisbach 公式知壓力降

$$H_l = f \frac{D V^2}{L 2g} = 0.01833 \frac{4 \times \frac{0.2 \times 0.3}{2(0.2 + 0.3)} \left(\frac{0.5}{0.2 \times 0.3}\right)^2}{40 \cdot 2g} = 0.000389 \text{ m}$$